

# Modelo matemático de un secadero rotatorio: secado de biomasa sólida lignocelulósica

R. I. Ponce De La Cruz<sup>1\*</sup>, F. J. Royo<sup>2</sup>, and A. C. García Reynoso<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Instituto de Ingeniería, Universidad Veracruzana,  
 Av. S. S. Juan Pablo II S/N, Zona Universidad, Fracc.  
 Costa Verde, 91294, Boca del Río, Veracruz, México.

<sup>2</sup>Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad de Zaragoza  
 Pedro Cerbuna 12, 50009, Zaragoza, España

\*Author corresponding E-mail: rponcedelacruz@uv.mx

## Resumen

El secado de biomasa es indispensable para su aprovechamiento energético, y por lo tanto, es importante mejorar la eficiencia de los secaderos rotatorios, para poder competir con los combustibles fósiles. En este artículo se describe un modelo matemático general para secaderos rotarios directos continuos de cascadas con la configuración de flujo paralelo para el secado de biomasa sólida lignocelulósica. El modelo desarrollado es versátil y flexible, porque permite modificar diferentes parámetros, como: las propiedades de la biomasa a secar, las condiciones de operación, las características del secadero (dimensiones, inclinación del cilindro, el número y perfil de los deflectores periféricos y centrales). Con la finalidad de evaluar la capacidad de predicción del modelo, se presenta su validación con las mediciones obtenidas de diversas pruebas experimentales realizadas en un secadero industrial. Las predicciones del modelo son capaces de reproducir con precisión los datos experimentales, obteniéndose valores bajos de la raíz del error cuadrático medio porcentual: 7.62% para el contenido de humedad, 1.79% para la temperatura de las partículas de biomasa y 1.71% para la temperatura del agente de secado a la salida del equipo. Por lo tanto, este modelo es una herramienta útil para el diseño del secadero, la optimización del proceso de secado, y reducir su consumo energético del equipo.

## Abstract

Drying of biomass is essential for its energy use, and therefore, it is important to improve the efficiency of rotary dryers in order to compete with fossil fuels. This paper describes a general mathematical model for continuous direct-heat rotary dryers of cascades with the parallel flow configuration for the drying of lignocellulosic solid biomass. The model developed is versatile and flexible, because it allows modifying different parameters, such as: the properties of the biomass to be dried, the operating conditions, the characteristics of the dryer (dimensions, inclination of the cylinder, the number and profile of the flights peripheral and central). In order to assess the predictive power of the model, validation occurs measurements obtained from various experimental tests carried out on an industrial dryer. The predictions of the model are able to reproduce the experimental data with precision, obtained low values of the root of the quadratic mean percent error: 7.62% for moisture content, 1.79% for temperature of the particles of biomass and 1.71% for the temperature of the drying agent at the outlet of the equipment. Therefore, this model is a useful tool for the design of the dryer, the optimization of the drying process, and reduce its energy consumption of the equipment.

## Palabras clave:

secadero rotario, energía renovable, biomasa, modelo matemático, validación

## Keywords:

rotary dryer, renewable energy, biomass, mathematic modeling, validation

## Nomenclatura

$A$	Área. ( $m^2$ ).
$C_p$	Calor específico a presión constante. ( $kJ/(kg \cdot K)$ )).
$d_p$	Diámetro de las partículas de biomasa. (m).
$E_0$	Razón de humedad relativa en condiciones iniciales. ( $s^{-1}$ ).
$h$	Entalpía específica. ( $kJ/kg$ ).
$h_{film}$	Coefficiente de película de transferencia de calor por convección. ( $W/(m^2 \cdot K)$ )).
$K_i$	Coefficientes o constantes de una ecuación. Adim.
$K_p$	Conductividad térmica del material. ( $W/(m \cdot K)$ )).
$\dot{m}$	Flujo másico. ( $kg/s$ ).

$Q$	Flujo de calor. (W).
$RECM$	Raíz del error medio cuadrático porcentual. (%).
$RMSE$	Raíz del error medio cuadrático. Dim.
$R_{SEC}$	Razón o velocidad de secado. Adim.
$R_{water}$	Fración de la humedad saturada de la madera. Adim.
$T$	Temperatura. ( $^{\circ}C$ , K).
$T_{BH}$	Temperatura de bulbo húmedo. ( $^{\circ}C$ , K).
$T_v$	Temperatura de vaporización. ( $^{\circ}C$ , K).
$t$	Tiempo. (s).
$t_{Contacto}$	Tiempo de contacto entre el fluido de secado y las partículas de biomasa. (s).
$Vol_g$	Flujo volumétrico del fluido de secado. ( $m^3/s$ )

$X_p$	Contenido de humedad de las partículas. (kg/kg).
$X_{PE}$	Contenido de humedad de equilibrio del material. (kg/kg).
$X_{p_{FSP}}$	Humedad de fibra de saturación de la madera. (kg/kg).
$x_p$	Desplazamiento horizontal de la partícula dentro del volumen de control. (m).
$Y_g$	Humedad del fluido de secado. (kg/kg).
$y_p$	Desplazamiento vertical de caída de las partículas entre dos deflectores. (m).

Caracteres Griego	
$\alpha_{PA}$	Ángulo formado entre el primer segmento del deflector. (°).
$\alpha_{PB}$	Ángulo formado entre el primer y el segundo segmento del deflector periférico. (°).
$\alpha_{PC}$	Ángulo formado entre el tercer y el cuarto segmento del deflector periférico. (°).
$\theta$	Ángulo que forma el radio que pasa por el extremo de descarga del deflector periférico con respecto a la horizontal. (°).
$\lambda$	Calor latente de evaporación. (J/kg).
$\rho$	Densidad. (kg/m <sup>3</sup> ).
$\varphi$	Humedad relativa. Adim.
$\phi$	Ángulo de reposo del material. (°).
$\psi$	Posición angular del deflector central con respecto a la horizontal. (°).

Subíndices	
<i>AISLANTE</i>	Aislante térmico que cubre el cilindro.
<i>AMB</i>	Ambiente.
<i>BH</i>	Bulbo húmedo.
<i>b.h.</i>	Base húmeda.
<i>b.s.</i>	Base seca.
<i>CENTRAL</i>	Deflector central.
<i>CHAPA</i>	Chapa metálica que cubre al aislante térmico.
<i>CILINDRO</i>	Cilindro.
<i>Contacto</i>	Contacto entre el fluido de secado y las partículas de biomasa.
<i>fC</i>	Deflector central.
<i>fall</i>	Caída.
<i>film</i>	Película.
<i>FSP</i>	Punto de saturación de la fibra de la madera.
<i>g</i>	Fluido de secado.
<i>Lost</i>	Flujo de calor perdido.
<i>P</i>	Partícula.
<i>Pef</i>	Sección efectiva de transferencia de calor alrededor de la superficie de la partícula.

V	Vapor de agua o vaporización.
WALL	Paredes del aislante térmico que cubren el cilindro.

Números adimensionales	
<i>Pr</i>	Número de Prandtl.
<i>Re</i>	Número de Reynolds.

## Introducción

Los secaderos rotatorios directos de cascadas son utilizados en diferentes tipos de industria como: química, agroalimentaria, minerales, cementera, metalúrgica, farmacéutica [1 y 5], y en los pre-tratamientos de biomasa para fines energéticos [5], porque son capaces de procesar grandes cantidades de material.

Entre los diferentes tipos de materiales que se secan, se encuentran materiales como café, azúcar, alfalfa, orujos de aceite de oliva, harina de pescado, tabaco, fertilizantes granular, cartón, nitrato de amoníaco, y biomasa como: madera forestal, pellets, aserrín, astillas de madera, y mezcla de lodo con aserrín (sawdust sludge) [6-14].

Los secaderos tienen la ventaja de que pueden trabajar con una amplia gama de materiales, alta capacidad de producción, bajo costo de inversión y de mantenimiento. Sin embargo, su alto costo de operación debido a que su eficiencia térmica, definida como la relación entre la energía teórica necesaria para la evaporación y la energía realmente utilizada, se encuentra entre un 25% y 55% [2 y 9].

Con respecto a la producción de energía con biomasa, el proceso de secado es un paso importante previo para su aprovechamiento energético como combustión, co-combustión, gasificación o pirólisis. Porque el contenido de humedad de la biomasa presenta valores muy altos entre 50% a 70% en base húmeda [5], lo que supone una significativa disminución en la eficiencia. Con respecto a la combustión, la eficiencia de la caldera puede aumentar entre 5% a 10% al utilizar biomasa seca en lugar de húmeda [5, 11-13]. También existen investigaciones que destacan la importancia del secado de la biomasa previo a su gasificación [16], pirólisis [17], y en el proceso de peletizado de biomasa [18]. En este sentido, es una prioridad mejorar la eficiencia de los secaderos rotatorios para poder competir la biomasa con los combustibles convencionales.

Los secaderos rotatorios tienen deflectores periféricos que levantan el material desde el fondo del cilindro hasta la parte superior, posteriormente el material cae en forma de cortina o cascada por el efecto de gravedad (fig. 1). El proceso de secado se realiza cuando el material está en contacto con el fluido de secado (aire caliente o gases de combustión) [19]. La geometría de los deflectores periféricos es importante porque influyen en la cantidad, en la forma de la cascada y en la distribución del material suspendido dentro del cilindro [20]. Además, la geometría del deflector influye en el área superficial de contacto entre el material y el fluido

de secado, por lo tanto, también afecta a la transferencia de masa y de calor entre ellos, y por consiguiente a la eficiencia de operación del secadero [19-22].

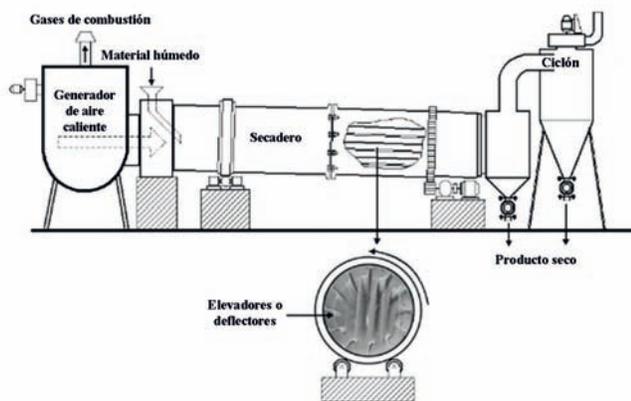


Figura 1. Esquema de un secadero rotatorio directo de cascada.

Por lo tanto, es necesario desarrollar una herramienta de predicción del funcionamiento del secadero rotatorio, con la finalidad de mejorar su operación, optimizar su eficiencia térmica, y reducir su consumo energético.

Se han presentado en la literatura numerosos modelos matemáticos de secadores rotatorios. El primer modelo fue propuesto por Myklestad [23] capaz de predecir el perfil de humedades de piedra pómez, más tarde Sharples et al. [24] diseñaron un modelo estático para predecir la humedad y temperatura del fluido de secado y del material a lo largo del secadero basado en ecuaciones diferenciales ordinarias del balance de calor y de masa. Nonhebel y Moss [19] plantearon un modelo proponiendo dividir el secadero en tres zonas: precalentamiento, zona de secado constante y zona descendente. Más tarde, Thorpe [25], basándose en el modelo de Sharples et al. [24] subdividió en un determinado número de elementos y planteó los balances de materia y energía en cada uno de ellos. Sin embargo, todos estos modelos no realizaron una validación con datos de pruebas experimentales.

Los modelos que han seguido como Deich y Sail'ski [26], Gauthier [27], Kisakürek [28], Reay [29], Thorne [30], Thorne y Kelly [31], Yliniemi et al. [32], Platin et al. [33], Kamke [34], y Brasil et al. [35] han utilizado un enfoque similar, modificando una serie de parámetros empíricos como razón de secado del material, coeficiente de transferencia de calor, ecuaciones de tiempo de retención y pérdidas de calor aplicables sólo a unas condiciones de secado específicos.

Posteriormente Douglas et al. [36], Wang et al. [37], Duchesne et al. [3-4], Savaresi et al. [6], mejoraron las investigaciones previas al proponer modelos dinámicos. Estos modelos los utilizaron posteriormente Yliniemi [38], Cammarata y Yliniemi [39], Fratantonio et al. [40], Pirrello et al. [41-42], Iguaz [2], Iguaz et al. [43], Xu y Pang [11], Luz et al. [44], Qin. et al. [45], Castaño et al. [46], Wang et al. [47], Gómez, et al. [48] para analizar diferentes estrategias de control en un secadero rotatorio.

Finalmente, los modelos recientemente propuestos como Abbasfard et al. [8], Hernandez et al. [49], Zerea Hosseina-

badi et al. [50], Bustamante et al. [51], Baxi et al. [52], Wang et al. [47], Gu et al. [53], Rousselet y Dhir [54], Zalazar et al. [55], presentan las ecuaciones de balances de materia y de energía, las ecuaciones de transferencias de calor y de materia, ecuaciones empíricas del contenido de humedad de equilibrio del material, razón o velocidad de secado.

Sin embargo, son pocos trabajos como Platin [33], Kamke [34], Duchesne [3-4], Fernandes [7], y Mani [10], que incluyen en el modelo las ecuaciones del movimiento de las partículas en el interior del secadero, el efecto de la geometría de un deflector periférico de dos segmentos de ángulo recto. La gran mayoría de ellos utilizan variaciones de la ecuación de Friedman y Marshall [56] para determinar el tiempo de retención de las partículas sólidas dentro del secadero.

El objetivo de este estudio es desarrollar un modelo versátil y flexible, ya que en él se pueden modificar diferentes parámetros, como las propiedades de la biomasa a secar, las condiciones de operación, el fluido de secado (aire caliente o gases de combustión), las dimensiones y la inclinación del cilindro, el número, y el perfil de los deflectores periféricos y centrales, etc.

El nuevo modelo matemático debe ser confiable para permitir evaluar la eficiencia de un equipo frente a cambios de parámetros de operación o diseño. Además, debe servir para obtener el diseño óptimo del secadero en cuanto a determinar sus dimensiones más adecuadas, incluidas la geometría de los deflectores para un material en específico.

A continuación se presenta la descripción del modelo matemático general propuesto para los secaderos rotatorios directos de cascadas con la configuración de flujo paralelos, que lo hemos denominado "AMAYA" [57].

### Descripción del Modelo Matemático

Para construir cualquier modelo matemático de un secadero (con contacto entre el fluido de secado y la biomasa sólida a secar), se deben determinar en primer lugar las variables termodinámicas que definen el proceso de secado, analizando un volumen de control de dicho secadero. Para simplificar la descripción del análisis, se considera un volumen de control que opere en estado estacionario y sin flujos de calor o trabajo que atraviesen sus fronteras (véase la figura 2).

El principal objeto del análisis es determinar un conjunto de variables en el estado de los flujos a la salida del equipo

$$(\dot{m}_{p2}, \dot{m}_{g2}, h_{p2}, h_{g2}, X_{p2} \text{ y } Y_{g2})$$

conociendo un conjunto de variables en el estado de los flujos a la entrada

$$(\dot{m}_{p1}, \dot{m}_{g1}, h_{p1}, h_{g1}, X_{p1} \text{ y } Y_{g1})$$

Dentro del elemento volumétrico del secadero las variables de entrada son el flujo másico, la humedad, la temperatura, la entalpía del fluido de secado y de las partículas de biomasa. Por supuesto, para comenzar los cálculos es necesario realizar los balances de materia (del fluido de secado, del sólido y del líquido a evaporar) y de energía aplicados al volumen de control.

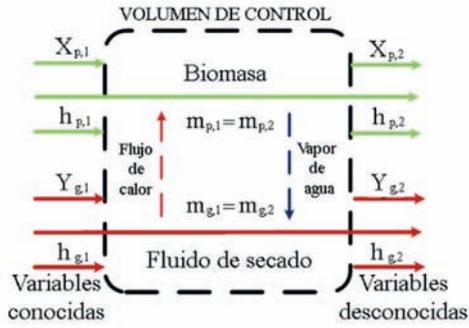


Figura 2. Diagrama del volumen de control seleccionado.

Como se observa se tiene un sistema que consta de cuatro ecuaciones independientes y seis incógnitas (el estado de los flujos a la salida del volumen de control), lo que implica que es necesario utilizar dos ecuaciones independientes más para poder resolver el sistema de ecuaciones. La experiencia indica que las dos ecuaciones que faltan o que deben ser utilizadas son las relativas a la transferencia de materia, por un lado, y de calor, por el otro, entre el fluido de secado y la biomasa a secar.

La transferencia de materia depende de diversos parámetros, como la temperatura y la humedad de la biomasa ( $T_p, X_p$ ); las temperaturas de bulbo seco y húmedo del fluido de secado ( $T_g, T_{BH}$ ), tanto a la entrada como a la salida del secadero; el área efectiva de la superficie de las partículas que está en contacto con el fluido de secado ( $A_p$ ); la humedad de equilibrio ( $X_{PE}$ ); la razón de secado ( $RS_{EC}$ ); y, por último, el tiempo de contacto ( $t_{Contacto}$ ) entre las partículas sólidas y el fluido de secado, de las cuales, conocida la naturaleza de los flujos a la entrada, sólo  $X_{PE}$ ,  $RS_{EC}$ ,  $A_p$  y  $t_{Contacto}$  son nuevas variables independientes. En el proceso de secado, el mecanismo de transferencia que más predomina es la convección, por lo que éste depende del coeficiente de película de transferencia de calor ( $h_{film}$ ); del área efectiva de la superficie de las partículas que está en contacto con el fluido de secado ( $A_p$ ); y por último, del tiempo de contacto ( $t_{Contacto}$ ) entre el fluido de secado y las partículas de biomasa. Sólo  $h_{film}$  es una nueva variable independiente.

Los secaderos rotatorios operan en condiciones de secado (temperatura y humedad del material a secar y del fluido de secado) que varían conforme las partículas avanzan dentro del cilindro. Para poder simular este hecho de forma sencilla, el modelo divide el cilindro en un número finito de volúmenes de control interconectados en serie (véase la figura 3), de tal manera que los parámetros de salida de un volumen de control son los de entrada del siguiente.

En cada uno de estos volúmenes de control (véase la figura 4) se analiza el movimiento de las partículas dentro del cilindro durante un ciclo completo de las mismas, que incluye las fases en suspensión y densa. Hay que recordar que cuando el secadero tiene sólo deflectores periféricos en cada ciclo se forma una única cascada de partículas, mientras que cuando el secadero tiene deflectores periféricos y centrales existen dos cascadas.

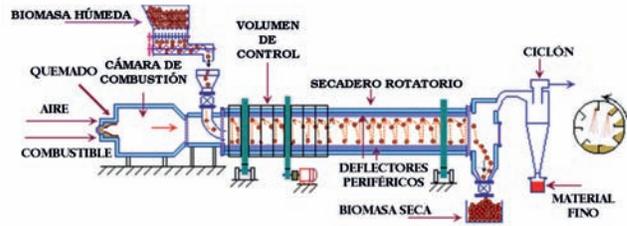


Figura 3. Diagrama de un secadero, señalando los volúmenes de control (adaptado de Norambuena, 2007).

Así, cada volumen de control del modelo está delimitado longitudinalmente por el desplazamiento axial de las partículas durante un ciclo completo, dando lugar a las secciones de entrada (con el subíndice 1 en la figura 4) y de salida (con el subíndice 2). Conocidas las condiciones de alimentación del secadero, el resto de secciones se van resolviendo en serie ya que las variables correspondientes a la sección de entrada son conocidas y a partir de las distintas ecuaciones que conforman el modelo se obtienen las variables de salida.

En cada uno de estos volúmenes de control se plantean los balances de materia (a la biomasa, al agua y al fluido de secado) y de energía, así como las ecuaciones de transferencia de masa y calor entre la biomasa y el fluido de secado (véase la figura 4). Como se ha comentado previamente, para poder finalizar la determinación de las variables de salida de cada volumen de control, es necesario definir la humedad de equilibrio y la razón de secado (o la relación de humedad) de la biomasa a secar, el tiempo y el área efectiva de contacto entre el fluido de secado y las partículas de biomasa y el coeficiente de transferencia de calor.

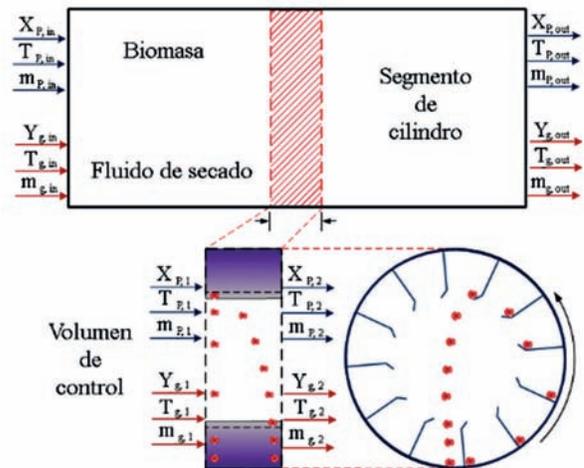


Figura 4. Detalle de un volumen de control.

Por supuesto, para desarrollar un modelo versátil y flexible que pueda modificar diferentes parámetros, es necesario conocer unos datos de partida relativos a las dimensiones del secadero, las propiedades de la biomasa a secar y las condiciones de operación. Estos datos iniciales del modelo se listan a continuación:

- Características del secadero rotatorio:
  - » Cilindro:
    - Longitud.
    - Diámetro.
    - Inclinación.
    - Espesor y emisividad de las paredes.
    - Espesor y tipo del aislante térmico.
  - » Deflectores periféricos:
    - Número.
    - Tipo (véase la figura 5):
      - Deflector periférico de un segmento.
      - Deflector periférico angular de dos segmentos.
      - Deflector periférico angular de tres segmentos.
      - Deflector periférico angular con extensión circular.
      - Deflector periférico semicircular.
      - Deflector periférico tipo E.A.D.
      - Deflector periférico tipo C.B.D.
  - » Deflectores centrales (si existen):
    - Número.
    - Tipo (véase la figura 6):
      - Deflector central de un segmento.
      - Deflector central angular de dos segmentos.
- Propiedades de la biomasa:
  - » Tipo de biomasa.
  - » Temperatura inicial.
  - » Contenido de humedad inicial.
  - » Densidad real.
  - » Densidad aparente.
  - » Diámetro de las partículas.
  - » Ángulo de reposo o coeficiente dinámico de fricción de las partículas de biomasa.
  - » Propiedades termo-físicas: calor específico y conductividad térmica.
- Condiciones de operación del secadero:
  - » Flujo másico de biomasa.
  - » Características del aire ambiente:
    - Temperatura.
    - Humedad.
    - Velocidad.
  - » Características del fluido de secado (aire caliente o gases de combustión):
    - Composición.
    - Temperatura.
    - Flujo másico.
  - » Velocidad angular de rotación del cilindro.

Hay que destacar, que con el objeto de reducir la complejidad en el planteamiento del diseño del modelo, se han asumido las siguientes suposiciones o hipótesis:

- El tamaño de las partículas se supone constante a lo largo del proceso de secado.
- No se tiene en cuenta la pérdida de materia seca de la biomasa.
- Sólo se tiene en cuenta la transferencia de calor y de masa durante las caídas de las partículas en forma de cascadas, (Hirosue y Shinohara [58], Baker [59], y Kamke [34]).

- Las condiciones de secado (temperatura y humedad del material a secar y del fluido de secado) dentro de cada ciclo completo (volumen de control) son constantes.

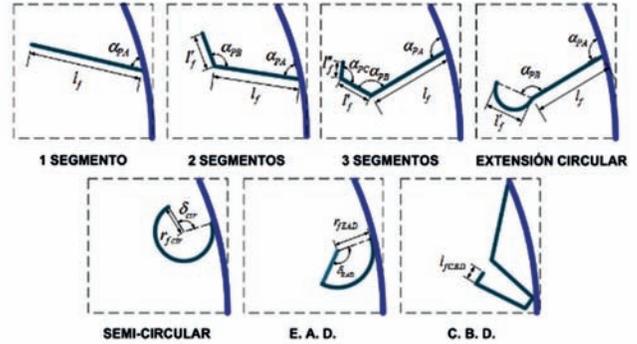


Figura 5. Deflectores periféricos considerados en el modelo.

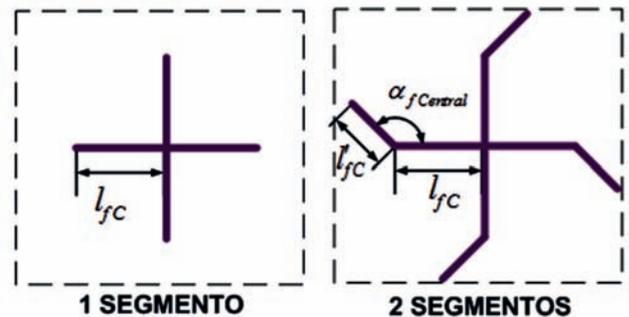


Figura 6. Deflectores centrales angulares considerados en el modelo.

En cada volumen de control en el que se divide el secadero se plantea el balance de energía considerando el flujo de calor que se pierde ( $Q_{Lost}$ ) desde el interior del segmento del cilindro hasta el ambiente, con la siguiente expresión:

$$\dot{m}_p \cdot h_{p1} + \dot{m}_g \cdot h_{g1} = \dot{m}_p \cdot h_{p2} + \dot{m}_g \cdot h_{g2} + Q_{Lost} \quad (1)$$

Para el cálculo del flujo de calor que se pierde desde el interior del segmento del cilindro hacia el medio ambiente ( $Q_{Lost}$ ), se consideran las resistencias térmicas de las paredes del cilindro (subíndice cilindro), del aislante térmico (subíndice aislante) y de la chapa metálica que protege el secadero (subíndice chapa), así como las temperaturas entre las paredes externa e interna del aislante (véase la figura 7). El modelo está preparado para que se puedan seleccionar entre una amplia variedad de aislantes térmicos utilizados habitualmente en los secaderos industriales.

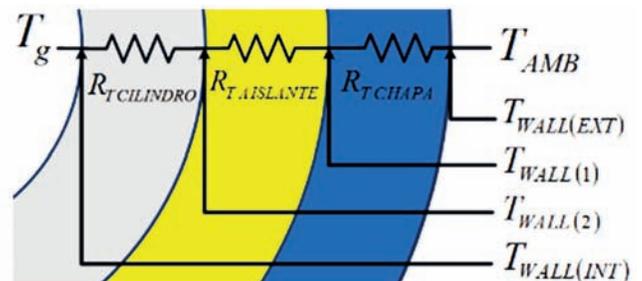


Figura 7. Resistencias térmicas en un segmento de cilindro.

En el diseño del modelo se considera que la transferencia de calor entre el fluido de secado y la biomasa dentro del

volumen de control se calcula utilizando el coeficiente de película de transmisión de calor por convección durante la caída, con la siguiente ecuación:

$$Q_p = h_{film} \cdot A_{pef} \cdot (T_{g1} - T_{p1}) \quad (2)$$

Por otra parte, el calor transferido desde el fluido de secado a las partículas de biomasa ( $Q_p$ ) se divide en los siguientes flujos de calor (McCabe y Smith, [60]) (véase la figura 8):

Flujo de calor utilizado para calentar el agua contenida dentro de la biomasa desde la temperatura de entrada de las partículas ( $T_{p1}$ ) hasta la temperatura de vaporización ( $T_v$ ):

$$Q_1 = \dot{m}_p \cdot X_{p2} \cdot (h_v - h_{p1}) \quad (3)$$

Flujo de calor utilizado para vaporizar el agua que abandona la biomasa:

$$Q_2 = \dot{m}_p \cdot \lambda \cdot (X_{p1} - X_{p2}) \quad (4)$$

Flujo de calor utilizado para calentar el agua que permanece dentro de la biomasa (que no se evapora) desde la temperatura de vaporización ( $T_v$ ) hasta la temperatura de salida del material ( $T_{p2}$ ):

$$Q_3 = \dot{m}_p \cdot X_{p2} \cdot (h_{p2} - h_v) \quad (5)$$

Flujo de calor utilizado para calentar el vapor de agua que abandona el material desde la temperatura de vaporización ( $T_v$ ) hasta la temperatura final del fluido de secado ( $T_{g2}$ ).

$$Q_4 = \dot{m}_p \cdot (X_{p1} - X_{p2}) \cdot (h_{p2} - h_v) \quad (6)$$

Flujo de calor utilizado para calentar las partículas de biomasa seca desde la temperatura de entrada ( $T_{p1}$ ) hasta su temperatura de salida ( $T_{p2}$ ).

$$Q_5 = \dot{m}_p \cdot C_{pP} \cdot (T_{p2} - T_{p1}) \quad (7)$$

Así, la transferencia de calor entre el fluido de secado y las partículas de biomasa dentro de cada volumen de control, se expresa como:

$$Q_p = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5 \quad (8)$$

Hay que hacer constar que los flujos de calor  $Q_1$ ,  $Q_3$ ,  $Q_4$  y  $Q_5$  son con frecuencia mucho menores que el flujo de calor utilizado para vaporizar el agua que abandona la biomasa ( $Q_2$ ).

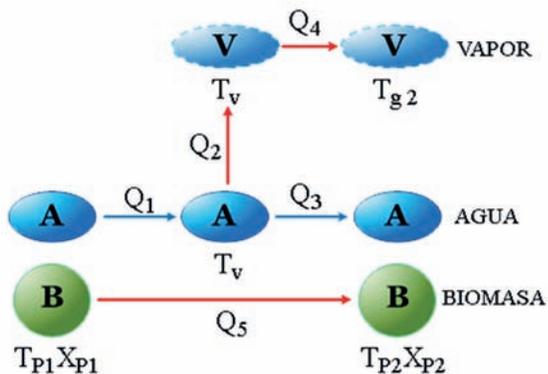


Figura 8. Transferencia de masa y calor entre el fluido de secado y las partículas de biomasa.

Para cada volumen de control se plantean los balances de materia a la biomasa seca, al agua y al fluido de secado:

$$\dot{m}_p = \dot{m}_{p1} = \dot{m}_{p2} \quad (9)$$

$$\dot{m}_g = \dot{m}_{g1} = \dot{m}_{g2} \quad (10)$$

$$\dot{m}_g \cdot X_{p1} + \dot{m}_g \cdot Y_{g1} = \dot{m}_p \cdot X_{p2} + \dot{m}_g \cdot Y_{g2} \quad (11)$$

Para determinar la disminución de la humedad de las partículas de biomasa a la salida de cada volumen de control, se asume que en cada uno de estos volúmenes las condiciones de secado son constantes (temperaturas y humedades del fluido de secado y de la biomasa) con el propósito de utilizar las correlaciones de humedad de equilibrio ( $X_{PE}$ ) y la razón de secado ( $R_{SEC}$ ) para la biomasa a secar.

Para determinar la humedad de equilibrio para madera se seleccionó la ecuación propuesta por Simpson [61], ya que es ampliamente recomendada para diferentes tipos de madera y rangos de temperatura del fluido de secado (Simpson y Rosen [62]; Kamke [34]; Chen [63]; Lenth [64]; Simpson [65]; y Dela Cruz [66]):

$$X_{PE} = \left( \frac{K_1 \cdot K_2 \cdot \varphi}{1 + K_1 \cdot K_2 \cdot \varphi} + \frac{K_2 \cdot \varphi}{1 - K_2 \cdot \varphi} \right) \cdot \left( \frac{18}{K_3} \right) \quad (12)$$

Donde los coeficientes de la ecuación anterior se calculan con las correlaciones deducidas por Chen [63], para madera de picea (*picea sitchensis*):

$$K_1 = 4.737 + 0.04773 \cdot (T_g + 273.15) - 0.00050123 \cdot (T_g + 273.15)^2 \quad (13)$$

$$K_2 = 0.70594 + 0.001698 \cdot (T_g + 273.15) - 0.0000055534 \cdot (T_g + 273.15)^2 \quad (14)$$

$$K_3 = 223.385 + 0.6942 \cdot (T_g + 273.15) - 0.018533 \cdot (T_g + 273.15)^2 \quad (15)$$

Para determinar la razón de secado es necesario efectuar experimentos en laboratorios que permita evaluar la variación del contenido de humedad del material en función del tiempo de contacto:

$$R_{SEC} = \frac{dX_p}{dt} \quad (16)$$

En 1921 Lewis [67] propuso una correlación empírica de razón de secado, basándose en la ley de Newton del enfriamiento para transferencia de calor:

$$R_{SEC} = -K \cdot (X_p - X_{PE}) \quad (17)$$

Integrando la ecuación anterior, se obtiene la siguiente:

$$E = \frac{X_{p2} - X_{PE}}{X_{p1} - X_{PE}} = e^{(-K t_{Contacto})} \quad (18)$$

Para determinar la razón de humedad para las partículas de madera se seleccionó la ecuación propuesta por Rosen [68]:

$$E = 1 - \dot{E}_0 \cdot t_{\text{Contacto}} \cdot \sum_{i=0}^{\infty} \left[ \frac{(-1)^i \cdot K_1^i \cdot (t_{\text{Contacto}})^{\left(\frac{i}{K_2}\right)}}{\left(\frac{i}{K_2} + 1\right) \cdot (i!)} \right] \quad (19)$$

Donde los coeficientes  $K_1$  (factor de proporcionalidad) y  $K_2$  (factor de curvatura) están relacionados con las condiciones del proceso de secado y las propiedades internas de la madera a secar, respectivamente. El factor de proporcionalidad ( $K_1$ ) se determina con la siguiente correlación, propuesta por Rosen [68] para tiempo de secado corto:

$$\left[ K_1 \cdot t_{\text{Contacto}}^{\left(\frac{1}{K_2}\right)} \leq 0.5 \right]$$

en función del factor de curvatura ( $K_2$ ) y de la razón de humedad inicial ( $E_0$ ):

$$E_0 = \frac{K_1^{K_2}}{K_2 \cdot \Gamma(K_2)} \quad (20)$$

Donde la función Gamma  $\Gamma(\ )$  fue definida por Euler mediante:

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{z-1} dt \quad (21)$$

Para calcular la razón de humedad inicial se utiliza la siguiente ecuación planteada por Kamke [34], considerando que la cantidad de agua contenida dentro de las partículas de madera es removida por evaporación sólo durante la caída de las partículas en forma de cascada:

$$E_0 = \left( \frac{h_{\text{film}} \cdot A_{\text{Pef}} \cdot (T_g - T_{BH})}{\lambda} \right) \cdot \left( \frac{R_{\text{Water}}}{\dot{m}_p \cdot t_{\text{Contacto}} \cdot (X_{p1} - X_{pE})} \right) \quad (22)$$

Donde el coeficiente de película de transmisión de calor por convección ( $h_{\text{film}}$ ) se determina con la ecuación de Ranz y Marshall [69]:

$$h_{\text{film}} = \frac{K_p}{d_p} \cdot \left[ 2 + 0.6 \left( Re^{\left(\frac{1}{2}\right)} \right) \cdot \left( Pr^{\left(\frac{1}{3}\right)} \right) \right] \quad (23)$$

En cambio, el área efectiva de transferencia de calor alrededor de la superficie de una partícula “esférica” ( $A_{\text{Pef}}$ ) se calcula con la ecuación:

$$A_{\text{Pef}} = \left( \frac{6 \cdot \dot{m}_p \cdot t_{\text{fall}}}{d_p \cdot \rho_p} \right) \quad (24)$$

La fracción de humedad saturada de la madera ( $R_{\text{Water}}$ ) depende de la humedad del punto de saturación de fibra ( $X_{pFSP}$ ):

Para ( $X_p \geq X_{pFSP}$ ):

$$R_{\text{Water}} = 1 \quad (25)$$

Para ( $X_p < X_{pFSP}$ ):

$$R_{\text{Water}} = \left( \frac{X_p}{X_{pFSP}} \right) \quad (26)$$

Para determinar el contenido de humedad del punto de saturación de fibra para madera, se utiliza la siguiente ecuación propuesta por Bramhall [70-71]:

$$X_{pFSP} = \left( \frac{34.1 - 0.1333 \cdot T_p}{100} \right) \quad (27)$$

No obstante, para completar tanto el análisis de la transferencia de calor, como el de transferencia de materia, es preciso determinarse previamente el tiempo de caída desde los deflectores de las partículas de biomasa (fase en suspensión). Para ello, es necesario estudiar el comportamiento de las partículas de biomasa dentro de cada segmento del cilindro (volumen de control). Así, para el análisis del movimiento de las partículas dentro de un volumen de control se ha partido del cálculo de la cantidad máxima de biomasa (en volumen por unidad de longitud) que puede estar retenida dentro de los deflectores periféricos (véase la figura 9) o centrales (véase la figura 10), en las diferentes posiciones angulares del cilindro.

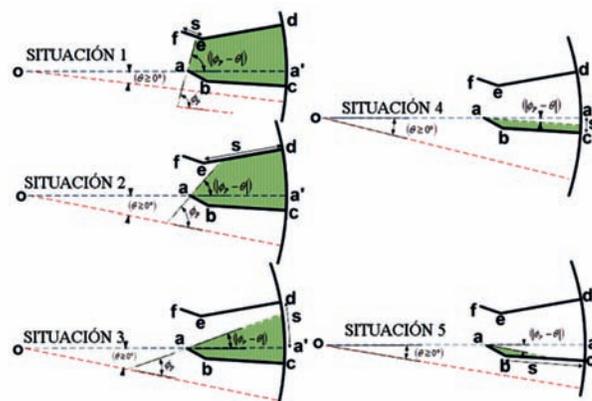


Figura 9. Posibles situaciones de cantidad de biomasa retenida en un deflector periférico.

La diferencia de estas cantidades de biomasa retenidas en dos determinadas posiciones angulares del cilindro, proporcionala la cantidad de biomasa que ha caído entre ellas, que para el caso del modelo se suponen separadas por un grado ( $\Delta\theta=1^\circ$ ). Es decir, el modelo calcula la cantidad de biomasa que cae entre una posición angular cualquiera ( $\theta$ ) y la correspondiente a un grado después ( $\theta+1^\circ$ ). A esta cantidad de biomasa se le denomina  $\Delta h_f(\theta)$ .

A partir de estos valores se calculan las posiciones angulares promedio de salida y entrada de la biomasa en los diferentes deflectores periféricos y, en su caso, centrales (véase la figura 11), así como el desplazamiento vertical promedio de la caída de las partículas en forma de cascada (véanse las figuras 8, 9, 10 y 11). Con ellos se determinan los tiempos de caída, de sustentación y de residencia, así como el desplazamiento axial de las partículas dentro de cada volumen de control (véanse las figuras 12, 13, 14 y 15).

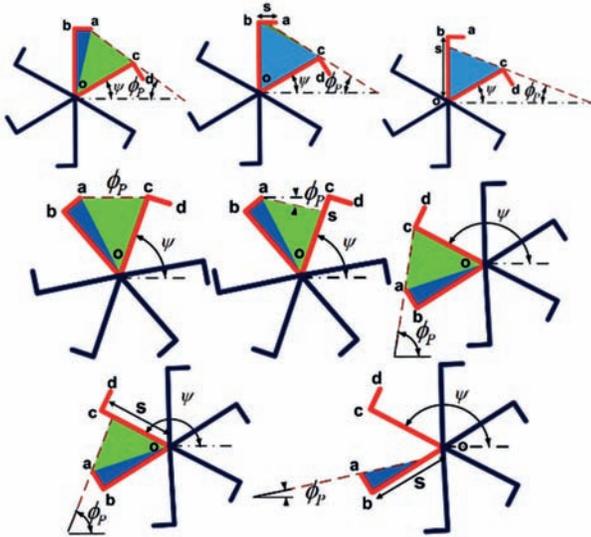


Figura 10. Posibles situaciones de cantidad de biomasa retenida en un deflector central.

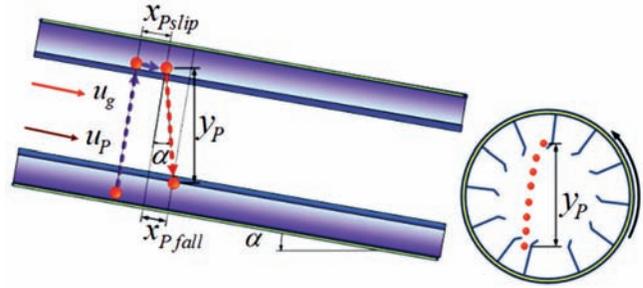


Figura 14. Esquema de secadero inclinado con la configuración de deflectores periféricos.

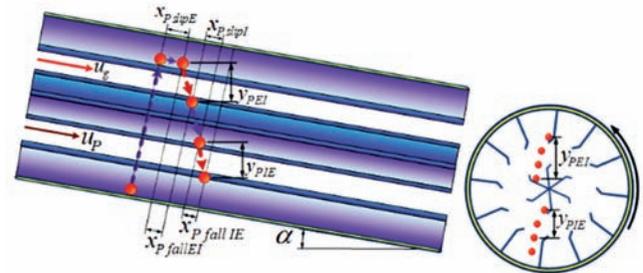


Figura 15. Esquema de secadero inclinado con la configuración de deflectores periféricos y centrales.

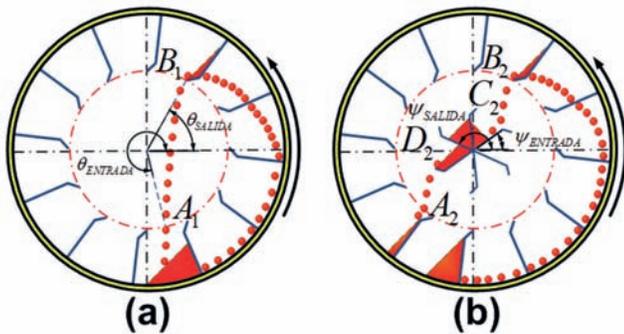


Figura 11. Trayectoria de una partícula de biomasa dentro de un secadero rotatorio sin (a) o con (b) deflectores centrales.

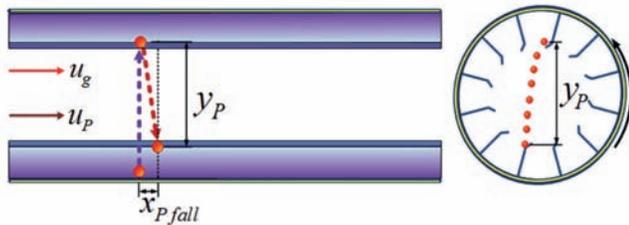


Figura 12. Esquema de secadero horizontal con la configuración de deflectores periféricos.

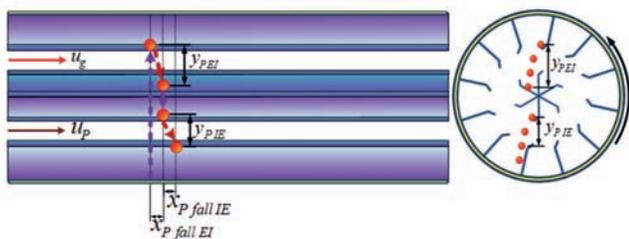


Figura 13. Esquema de secadero horizontal con la configuración de deflectores periféricos y centrales.

### Resultados

En esta sección se presenta la validación del modelo matemático, que ya se describió en el apartado anterior.

Para evaluar la precisión del modelo es necesario comparar los resultados de las predicciones del modelo con las mediciones experimentales obtenidas de diferentes pruebas realizadas en un secadero rotatorio industrial.

Después de analizar las técnicas utilizadas por diferentes investigadores para validar sus modelos matemáticos (Montgomery [72]; Copetti, et al, [73]; Serret Moreno-Gil, [74]; Paresol, [75]; Walpole et al., [76]; Murray y Larry, [77]; Devore, [78]; Herrerias y Palacios, [79]), se seleccionaron como parámetros estadísticos más adecuados la raíz del error medio cuadrático (RMSE) y la raíz del error medio cuadrático porcentual (RECMP). Teniendo en cuenta este hecho, los parámetros estadísticos a utilizar quedan definidos de la siguiente manera:

Raíz del error medio cuadrático (RMSE):

$$RMSE = \sqrt{\left(\frac{1}{\text{Datos}}\right) \cdot \sum_{i=0}^{\text{Datos}} (\text{medición}_i - \text{predicción}_i)^2} \quad (28)$$

Tiene las mismas unidades de la variable a analizar. Cuanto menor sea este valor, mayor será la capacidad de predicción del modelo.

Raíz del error medio cuadrático porcentual (RECMP):

$$RECMP = 100 \sqrt{\left(\frac{1}{\text{Datos}}\right) \cdot \sum_{i=0}^{\text{Datos}} \left(\frac{\text{medición}_i - \text{predicción}_i}{\text{medición}_i}\right)^2} \quad (29)$$

Cuanto menor sea este valor, mayor será la capacidad de predicción del modelo.

Con la finalidad de evaluar el modelo con una mayor cantidad de datos experimentales y bajo condiciones perfectamente conocidas, se procedió a realizar siete pruebas con un secadero rotatorio industrial en la Universidad de Zaragoza, España (véase la tabla 1).

**Tabla 1.** Principales dimensiones del secadero utilizado en las pruebas.

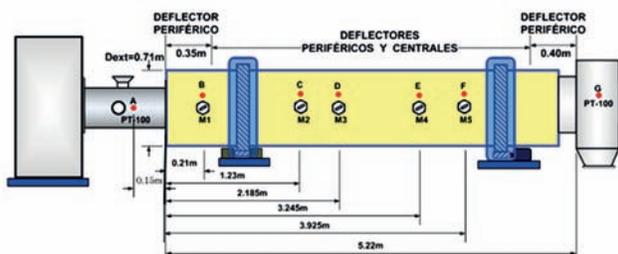
Diámetro interior del cilindro.	0.7 m
Longitud del cilindro.	5.22 m
Pendiente del cilindro.	0.772 °
Espesor del cilindro.	0.025 m
Longitud de la primera sección.	0.35 m
Longitud de la segunda sección.	4.47 m
Longitud de la tercera sección.	0.4 m

En este secadero se realizaron siete pruebas, en cada una de las cuales se procedió a variar las condiciones de operación (excepto en las pruebas tres y seis que son las mismas con el objeto de analizar la repetitividad de los resultados), como se muestra en la tabla 2.

**Tabla 2.** Parámetros de operación de las pruebas realizadas en el secadero rotatorio.

Variables de operación	Número de prueba						
	1	2	3	4	5	6	7
$T_g$ (°C)	200	106	176	178	160	176	115
$Vol_g$ (m³/s)	0.37	0.33	0.39	0.43	0.39	0.39	0.25
$\dot{m}_p$ (kg/s)	0.011	0.012	0.0092	0.0092	0.012	0.012	0.025
$X_p$ (kg/kg b.s.)	0.57	0.4	1.33	1.49	1.065	1.33	0.61
$N_s$ (r.p.m.)	8	8	8	16	8	8	7.5

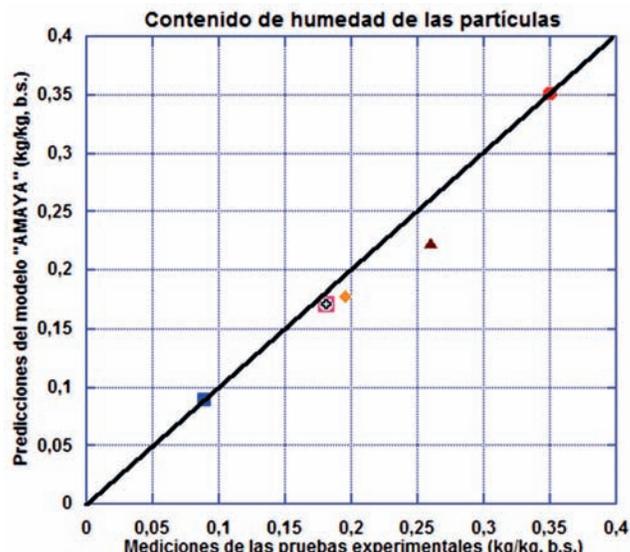
En la figura 16 se presenta el diagrama de las dimensiones del secadero rotatorio industrial de tipo directo (el fluido de secado es aire, previamente calentado con gases procedentes de la combustión de gas natural), con la configuración de corrientes paralelas y con deflectores celulares.



**Figura 16.** Diagrama de las posiciones de los puntos de muestreo y de los termómetros.

También en la figura 16 se presentan las posiciones de los puntos de muestreo y de los termómetros instalados en el secadero. En estos puntos de muestreo se recogen las muestras dentro del cilindro, con el propósito de medir la temperatura superficial y la humedad de las partículas de biomasa (puntos B, C, D, E, y F, de la figura 16). Además, para medir la temperatura del fluido de secado en la entrada y salida del equipo se instalaron termorresistencias tipo PT. 100 (puntos A y G), y termopares tipo K (puntos B, C, D, E, y F), (véase la figura 16).

En la figura 17 se presenta una gráfica comparativa de las predicciones del modelo con respecto a las mediciones de la humedad de las partículas a la salida del secadero rotatorio. Los resultados del análisis estadístico de la comparación entre estas predicciones y mediciones experimentales se muestran en la tabla 3.



**Figura 17.** Predicciones del modelo frente a las mediciones de las pruebas experimentales: humedad de la biomasa a la salida.

Los resultados del análisis estadístico de la comparación entre las predicciones y las mediciones experimentales se muestran en la tabla 3. Es interesante observar los bajos valores de RMSE y RECMF a la salida del secadero (tabla 3), demuestran que las tendencias del modelo coinciden con los datos experimentales.

Analizando los resultados obtenidos en la figura 16 podemos observar que la predicción del modelo con respecto al contenido de humedad a la salida del secadero se ajusta de forma adecuada a los datos de las pruebas experimentales.

**Tabla 3.** Análisis estadístico de la comparación de las predicciones del modelo con las mediciones de las pruebas experimentales.

El contenido de humedad de las partículas de biomasa a la salida del secadero.	
RMSE	0.0178 kg/kg(b.s.)
RECMF	7.62%
La temperatura de las partículas de biomasa a la salida del secadero.	
RMSE	5.7 K
RECMF	1.79%
La temperatura del fluido de secado a la salida del secadero.	
RMSE	5.6 K
RECMF	1.71%

**Conclusiones**

El objetivo de este trabajo fue desarrollar un modelo matemático general para secaderos rotatorios directos de cascadas con la configuración de flujo paralelo para biomasa. Se desarrolló el modelo para ser versátil y flexible, de manera

que se puedan modificar sus parámetros, como son las propiedades de la biomasa, las condiciones de operaciones, las dimensiones, inclinación del cilindro, el número y geometría del perfil de los deflectores periféricos y centrales.

Para evaluar la precisión de las predicciones del modelo se validó con las mediciones experimentales obtenidas de siete pruebas realizadas en un secadero rotatorio industrial en la Universidad de Zaragoza.

Los bajos valores del RMSE y RECMF presentados en la tabla 3 de la comparación de las predicciones del modelo con las mediciones experimentales a la salida del equipo, demostró que este modelo es capaz de predecir de forma confiable.

Con respecto a los resultados del contenido de humedad de las partículas de biomasa que se observa en la figura 17 son bastante aceptables. Si existe alguna discrepancia entre las mediciones del secadero industrial y las predicciones, ésta puede deberse a dos factores: uno por la incertidumbre del instrumento de medición, y el otro a la perturbación existente en la humedad del material a la entrada del equipo. Por lo tanto, puede ser utilizado este modelo como herramienta para optimizar el proceso de secado para maximizar su eficiencia o su producción del equipo.

Como líneas futuras de investigación se propone utilizar el modelo como herramienta que permita estudios de optimización del funcionamiento para realizar un estudio comparativo de diferentes estrategias de control para secaderos rotatorios. También se puede utilizar el modelo para entrenar un sistema de control basado en lógica difusa, redes neuronales o neuro-difuso.

## Bibliografía

- [1] Moyers, C. G., Baldwin G. W. *Psychrometry, Evaporative Cooling and Solids Drying*, In Perry's chemical engineers' handbook: Perry, R. H., Green, D. W. y Maloney, J. O. Eds. McGraw Hill, pp 12.52-12.56, 1999.
- [2] Iguaz, A. *Modelización, simulación y control del proceso de deshidratación de vegetales troceados en un secadero rotatorio*. Universidad Pública de Navarra, 2002.
- [3] Duchesne, C., Thibault, J. Bazin C. *Modeling of the solids transportation within an industrial rotary dryer: a simple model*. Ind. Eng. Chem. Res. 35 (7), pp. 2334-2341, 1996.
- [4] Duchesne, C., Thibault, J. Bazin C. *Modelling and dynamic simulation of an industrial rotary dryer*. Dev. Chem. Eng. Mineral Process. 5 (3-4), pp. 155-182, 1997.
- [5] Verman M., Loha C., Sinha A. N., Chatterje P. K., *Drying of biomass for utilizing in co-firing with coal and its impact on environment – A review*. Renewable and sustainable energy reviews, 71, pp. 732-741, 2017.
- [6] Savaresi, S. M., Bitmead, R. R., Peirce, R. *On modeling and control of a rotary sugar dryer*. Control engineering practice, 9, pp 249-266, 2001.
- [7] Fernandes, N. J., Ataíde C. H. Barrozo M. A. S. *Modeling and experimental study of hydrodynamic and drying characteristics of an industrial rotary dryer*. Brazilian Journal of Chemical Engineering, 26 (2) pp. 331-341, 2009.
- [8] Abbasfard H., Ghader S., Hashemipour H., Ghanbari, M. *Mathematical modeling and simulation of drying using two industrial concurrent and counter rotary dryers for ammonium nitrate*. Drying Technology, 31, pp. 1297-1306, 2013.
- [9] Krokida, M., Marinos-Kouris, D. and Mujumdar A. S. *Rotary Drying*, In *Handbook of Industrial Drying*; Mujumdar, A. S. Eds. Taylor & Francis: Philadelphia, pp. 151-171, 2007.
- [10] Mani, S. *A systems analysis of biomass densification process*. The University of British Columbia, 2005.
- [11] Xu Q., Pang, S. *Mathematical modeling of rotary drying of wood biomass*. Drying Technology, 26, 1344-1350, 2008.
- [12] Chun Y. N. M., Lim M. S., Yoshikawa K. *Development of a high-efficiency rotary dryer for sewage sludge*. Journal of material cycles and waste management, 14 (1), pp. 65-73, 2012.
- [13] Kirk, R. W., Wilson, J. B. *Rotary drying of wood waste fuels with boiler exhaust gases: Simulation, field studies, economics*. Forest Products Journal, 36 (7 y 8), pp. 57-61, 1986.
- [14] Amos W. A. *Report on Biomass Drying Technology*. National Renewable Energy Laboratory, NREL/TP-570-25885, pp. 1-29, 1998.
- [15] Bruce, D. M., Sinclair, M. S. *Thermal Drying of Wet Fuels: Opportunities and Technology*, H. A. Simons, LTD, prepared for Imatran Voima Oy, Finland and Electric Power Research Institute (EPRI). TR-107109, 1996.
- [16] Brammer, J. G., Bridgwater, A. V. *The influence of feedstock drying on the performance and economics of a biomass gasifier-engine CHP system*, Biomass and Bioenergy, (20), pp. 271-281, 2002.
- [17] Zabaniotou, A. A. *Simulation of forestry biomass drying in a rotary drying*. Drying Technology, Vol. 18, No. 7, Págs. 1415-131, 2000.
- [18] Ståhl, M., Granström, K., Berghel, J., Renström, R. *Industrial processes for biomass drying and their effects on the quality properties of wood pellets*, Biomass and Bioenergy. 27, pp. 621-283, 2004.
- [19] Nonhebel, G., Moss, A. A. H. *Drying of Solids in the Chemical Industry*. Butterworth & Co Ltd.; London, 1971.
- [20] Chang, E. C. *Optimum lifter design for rotary dryer and coolers*. Chemical Industry and Technology, 8 (1), pp 48-52, 1990.

- [21] Driver, J. *Experimental study of the effect of lifter design on mass transfer in rotary drum driers*. The University of Queensland, 1999.
- [22] Driver, J., Hardin, M. T., Howes, T., Palmer, G. *Effect of lifter design on drying performance in rotary driers*. *Drying Technology*, 21 (2), pp. 369-381, 2003.
- [23] Muykilestad Ole. *Heat and mass transfer in rotary*. Chemical Engineering Progress Symposium Series. 59 (41), pp. 129-137, 1963.
- [24] Sharples, K., Glikin P. G., y Warne, R. *Computer simulation of rotary driers*. *Trans. Instn. Chem. Engrs.* 42, pp. T275-T284, 1964.
- [25] Thorpe, G. R. *The mathematical model for the rotary drier*. Ph. D. Thesis. University of Nottingham, 1972.
- [26] Deich, V. D., Stail'ski, V. V. *Optimum control of drying processes in a rotary drum driers*. *Theoretical Foundation of Chemical Engineering*. 9, pp. 85-90, 1975.
- [27] Gauthier, A. *Simulation et optimisation technico-économique du séchage des fourrages dans les séchoirs à tambour rotatif*. Thèse de Doctor-Ingénieur, 1977.
- [28] Kisakürek, B. *Calculation of drying time in a revolving dryer (In Turkish)*. *J. thermal science and technology*. 1 (3), pp. 29-32, 1978.
- [29] Reay, D. *Theory in the design of dryers*, Chem. Eng. July, pp. 501-506, 1979.
- [30] Thorne, B. *The Computer Simulation of the Rotary Drying Process*, Ph. D. Thesis, University College, Dublin, Ireland, 1979.
- [31] Thorne, B. y Kelly, J. J. *Mathematical model of rotary dryers*. *Proc. Drying'80*, Hemisphere Publishing, Washington, USA, Editor: Mujumdar A. S., 1, pp. 160-169, 1980.
- [32] Yliniem, L., Jutila, E. A. A., Huroneen, P. *Modelling and control of a pilot-plant rotary drier used for drying of industrial ore concentrates*. IFAC Control Science and Technology (Proc. 8th Triennial World Congress). 22, pp. 198-203, 1981.
- [33] Platin, B. E., Erden A., Gülder Ö. L. *Modelling and design of rotary dryers*. *Proceedings of the third International Drying Symposium*. 2, pp. 466-477, 1982.
- [34] Kamke, F. A. *Engineering analysis of a rotary dryer: Drying of wood particles*. Ph. D. Thesis, Dept. Forest Prod. Oregon State Univ., Corvallis. 1984.
- [35] Brasil, C. G., Seckler M. M. *A model for the rotary drying of granular fertilizers*. *Proceedings of the 6th International Drying Symposium*. pp. OP247-OP256, 1988.
- [36] Douglas, P. L., Kwade, A., Lee, P. L., Mallick, S. K. *Simulation of a rotary dryer for sugar crystalline*. *Drying Technology*. 11 (1), pp. 129-155, 1993.
- [37] Wang, F. Y., Cameron, I. T., Lister, J. D., Douglas, P.L. *A distributed parameter approach to the dynamics of rotary drying processes*. *Drying technology*. 11 (7), pp. 1641-1656, 1993.
- [38] Yliniemi, L., *Advanced control of a rotary dryer*. Thesis, Department of Process Engineering, University of Oulu, Finland, pp. 1-100, ISBN: 9514252810, 1999.
- [39] Cammarata, L. y Yliniemi, L., *Development of a self-tuning fuzzy logic controller (STFLC) for a rotary dryer*. University of Oulu, Control engineering laboratory. Department of Process Engineering Report A, (10), pp. 1-35, 1999.
- [40] Fratantonio, D., Yliniemi, L. y Leiviskä, K. *Fuzzy modelling for a rotary dryer Control Engineering Laboratory*, University of Oulu. Report A No. 18, June 2001.
- [41] Pirrello, L., Yliniemi, L. Leiviskä, K., Galluzzo, M. *Self-tuning fuzzy control of a rotary dryer*. 15th Triennial World Congress of the International Federation of Automatic Control. pp. 1-6, 2002 a.
- [42] Pirrello, L., Yliniemi, L., Leiviskä, K. *Development of a fuzzy logic controller for a rotary dryer with self-tuning of scaling factor*. University of Oulu, Control Engineering Laboratory. ISBN 951-42-6424-X. pp. 1-32, 2002 b.
- [43] Iguaz, A., Esnoz, A, Martínez, G., López, A., Vírveda, P. *Mathematical modelling and simulation for the drying process of vegetable wholesale by-products in a rotary dryer*. *Journal of Engineering*. 59, pp. 151-160, 2003.
- [44] Luz, G. R., Dos Santos, W. A., Jorge L. M. M., Paraíso P. R., Andrade, C. M. G. *Dynamic modeling and control of soybean meal drying in a direct rotary dryer*. *Food and Bioproducts Processing*, 88, pp. 90-98, 2010.
- [45] Qin B., Wang Z., Wang X., Zhang W. *Dynamic modelling and simulation of zinc concentrate Ore rotary dryer*. [ieeexplore.ieee.org](http://ieeexplore.ieee.org). 2010.
- [46] Castaño, F., Rubio, F. R., Ortega, M. G. *Modeling of a cocurrent rotary dryer*. *Drying technology: an international journal*. 30, pp. 839-849, 2012.
- [47] Wang X., Qin B., Xu, H. Zhu, W. *Rotary drying process modeling and online compensation*. *Control engineering practice* 41, pp. 38-46, 2015.
- [48] Gómez, F. J., Casanova, P. J., Palomar, J. M., Cruz, F. *Modeling of olive mil waste rotary dryers: Green energy recovery systems*. *Applied Thermal Engineering*. 80, pp. 362-373, 2015.
- [49] Hernández, W. N., Hernández, F. J., Vargas, Z., Rodríguez, G. C., García M. A. *Coffe grain rotary dryer optimization*. *Revista mexicana de ingeniería química*. 12 (2), pp. 315-325, 2013.

- [50] Hosseinabadi, Zerea H., Layeghi, M., Berthold. D., Doosthosseini, K., Shahhosseini S. *Mathematical modeling the drying of poplar wood particles in a closed-loop tripoke pass rotary dryer*. Drying technology. 32, pp. 55-67, 2014.
- [51] Bustamante C. A., Hill, A. F., Rodríguez, D. F., Giraldo, M., Flórez, W. F. *Modeling and simulation of a co-current rotary dryer under steady conditions*. Drying technology. 32, pp. 469-475, 2014.
- [52] Baxi, H. Patel A., Barve, J. *Modelling and simulation of dryer system*. International conference on industrial instrumentation and control (ICIC). College of engineering Pune, India. May pp. 28-30, 2015.
- [53] Gu Conghui, Zhang, C., Zhang X., Ding, N., Li, B., Yuan, Z. *Modeling and simulation of drying characteristics on flexible filamentous particles in rotary dryers*. Korean J. Chem. Eng. ISSN: 0256-1115.
- [54] Rousselet, Y., Dhir, V. Y. *Numerical modeling of a co-current cascading rotary dryer*. Food and bioproducts processing. 99, pp. 166-178, 2016.
- [55] Zalazar C., Góngora, E., Retirado, Y., Falconí, M. A., Mata, L. F. *Modelación matemática del proceso de activación de carbón vegetal en horno cilíndrico rotatorio*. ISSN: 1993 8012, Minería y Geología, 32 (2), pp. 140-154, 2016.
- [56] Friedman, S. J., Marshall Jr., W. H. *Studies in rotary drying part I: hold up and dusting*. Chemical Engineering Progress. 45, (8), pp. 482-493, 1949 a.
- [57] Ponce De La Cruz, R. I. *Modelación matemática de secado forzado de biomasa sólida para su aprovechamiento energético*; Tesis Doctoral. Universidad de Zaragoza, España. 2010.
- [58] Hirose, H. y Shinohara, H. *Volumetric heat transfer coefficient and pressure drop in rotary dryers and coolers*. Proceedings of the first international symposium on drying. McGill University, Montreal, Canada. Editor: Mujumdar, A. S. Science Press, Princeton. 1978.
- [59] Baker, C. G. J. *Cascading rotary dryers*. Advances in drying: Volume 2. In Mujumdar, A. S. (Ed.). Editorial: McGraw Hill University, Montreal. ISBN: 0891162550. pp. 1-51, 1983.
- [60] McCabe, W. L. y Smith, J. C. *Secado de sólidos. Operaciones Básicas de ingeniería Química*. Editorial: Reverté, S. A. ISBN: 8429173609. pp. 977-1006, 1977.
- [61] Simpson, W. T. *Predicting equilibrium moisture content of Wood by mathematical models*. Wood and Fiber. 5 (1), pp. 41-49, 1973.
- [62] Simpson, W. T. y Rosen, H. N. *Equilibrium moisture content of wood at high temperatures*. Wood and Fiber. 13 (3), pp. 150-158, 1981.
- [63] Chen, C. S. *Equilibrium moisture curves for biological-materials*. Transactions of the ASAE. 14 (5), pp. 924-926, 1971.
- [64] Lenth, C. A. *Wood material behaviour in severe environments*. Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University. Doctor of philosophy in wood science and forest products. 1999.
- [65] Simpson, W. T. *Equilibrium moisture content of wood in outdoor locations in United States and Worldwide*. Forest Products Laboratory. United States Department of Agriculture. Research Note FPL-RN-268. 1998.
- [66] Dela Cruz, E. *Mechanism of flake drying and its correlation to quality*. Ph. D. Thesis in Wood Science and Forest Product. Faculty of Virginia Polytechnic Institute and State University. 2001.
- [67] Lewis, W. K. *The rate of drying of solids materials*. Industrial Engineering chemistry Research. 13, pp. 427-432, 1921.
- [68] Rosen, H. N. *Functional relations and approximation techniques for characterizing wood drying curves*. Wood Science. 15 (1), pp. 49-55, 1982.
- [69] Ranz, W. E. y Marshall, W. R. *Evaporation from drops*. (Part 1 y Part 2). Chemical Engineering Progress. 48 (3), (pp. 141-146 y pp. 173-180), 1952.
- [70] Bramhall, G. *Mathematical model for lumber drying I. Principles involved*. Wood Science. 12 (1), pp. 14-21, 1979a.
- [71] Bramhall, G. *Mathematical model for lumber drying II. Model*. Wood Science. 12 (1), pp. 22-31, 1979b.
- [72] Montgomery, D. C. *Diseño y análisis de experimentos*. Editorial: Grupo Editorial Iberoamérica. ISBN: 968-7270-6-8. 1991.
- [73] Copetti, J. B., Lorenzo, E. y Chenlo, F. *A General Battery Model for PV System Simulation*. Progress in Photovoltaics: Research and Applications. 1, pp. 283-292, 1993.
- [74] Serret Moreno-Gil, J. *Predicción y error de predicción. Procedimientos estadísticos: con Statgraphics*. Editorial: Escuela Superior de gestión Comercial y Marketing. ISBN: 84-7356-171-6. pp. 307-309, 1998.
- [75] Parresol, B. R. *Assessing tree and stand biomass: A review with examples and critical comparisons*. Forest Science. 45 (4), pp. 573-592, 1999.
- [76] Walpole, R. E., Myers, R. H., y Myers, S. L. *Probabilidad y estadística para ingenieros*. Editorial: Pearson Educación. ISBN: 9701702646. 1999.
- [77] Murray, R. S., y Larry, J. S. *Estadística. Análisis de varianza*. Editorial: McGraw-Hill / Interamericana editores, S. A. de C. V. ISBN: 970-10-3271-3. pp. 365-398, 2002.

- [78] Devore, J. L. *Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias*. Editorial: Thomson Learning. ISBN: 970-686-457-1. 2004.
- [79] Herrerías, R. y Palacios, F. *Curso de inferencia estadística y del modelo lineal simple. El modelo lineal simple normal*. Editorial: Delta. ISBN: 978-84-96477-65-0. pp. 171-202, 2007.