

# Optimización geométrica de piezas mecánicas en particular de prótesis de rodilla aplicando la Teoría Constructual

Pérez Barrios Alma Judith<sup>a\*</sup>, Rodríguez Lelis José María<sup>a</sup>, Arellano Cabrera José Antonio<sup>b</sup>  
Lucas Jiménez María Teresa<sup>b</sup>, Pérez Ortega Joaquín<sup>a</sup>, Rodríguez Ramírez José Alfredo<sup>c</sup>

<sup>a</sup>Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Interior Internado Palmira S/N, Cuernavaca 62490, México.

<sup>b</sup>Equipos Médicos Vizcarra, S. A., Circuito Industrial 6, Emiliano Zapata 62765, México.

<sup>c</sup>Centro de Investigación en Ingeniería y Ciencias Aplicadas, Avenida Universidad 1001, Cuernavaca 62209, México.

\*almajudithpb@cenidet.edu.mx

## Resumen

Estudios de la evolución y tendencias de los reemplazos totales de rodilla indican que las cirugías de revisión han crecido a un ritmo mayor que las cirugías propias de reemplazo, esto demuestra que aunque el problema se encuentra plenamente identificado, las soluciones propuestas no han mejorado los resultados. Por ello el objetivo de este trabajo es presentar una manera diferente de diseño de prótesis, basado en los principios de la Teoría Constructual, la cual trata predecir y explicar la estructura (organización) espacial y temporal macroscópica que está en todas partes. Consiste en incluir una explicación física, lógica y cuantificable en un campo que hasta hace poco consideraba las corrientes naturales como resultados del azar y de la necesidad.

## Abstract

Studies of the evolution and trends of total knee replacements indicate that revision surgeries have grown at a faster rate than replacement surgeries, which shows that although the problem is fully identified, the proposed solutions have not improved the Results. Therefore, the objective of this work is to present a different way of designing pieces, based on the principles of Constructal Theory, which tries to predict and explain the macroscopic spatial and temporal structure (organization) that is everywhere. It consists of including a physical, logical and quantifiable explanation in a field that until recently considered natural currents as results of chance and necessity.

## Palabras clave:

Teoría constructual, Termodinámica, Entropía, Fricción, Inclusiones elípticas, contacto

## Keywords:

Constructal theory, Thermodynamics, Entropy, Friction, Elliptic inclusions, Contact

## Introducción

La teoría constructual fue desarrollada por Adrian Bejan a finales de los 90, describe cómo algunos fenómenos básicos se pueden utilizar para construir sistemas complejos [1], la cual se encuentra expresada de la siguiente manera, “para que un sistema de flujo persista en el tiempo debe evolucionar en forma libre de tal modo que proporcione el mayor acceso a sus Corrientes”

Cuando se plantea la pregunta: “¿Por qué ocurren los sucesos en la Naturaleza de una manera determinada y no de otra manera?” se busca una respuesta que indique cuál es el sentido de los sucesos.

Es aquí donde entra en juego la Teoría Constructual a diferencia de las teorías biomimetistas que estudian las formas que ya están en la naturaleza para utilizarlas en diseños realizados por el hombre, la Teoría Constructual retrocede un poco más. Centra su estudio en los principios que rigen la aparición de esas formas (y no en la forma en sí), es decir, el ¿por qué?, y los aplica al diseño de sistemas de flujo similares.

Dicho lo anterior, la Teoría Constructual enfoca su estudio en que todos los sucesos en la naturaleza son fenómenos universales de la física, por lo tanto, es cubierta por las leyes físicas de la Termodinámica [2].

La primera ley de la termodinámica es la ley de conservación de la energía, esta ley sólo afirma que un aumento en algunas de las formas de energía debe estar acompañado por una disminución en alguna otra forma de la misma. Sin embargo la segunda ley de la termodinámica establece cuales procesos de la naturaleza pueden ocurrir o no. De todos los procesos permitidos por la primera ley, solo ciertos tipos de conversión de energía pueden ocurrir de manera natural, sin que ningún otro tipo de energía adicional intervenga [3].

En este sentido, la segunda ley se vale de la entropía para establecer cuáles de estos cambios son naturales y espontáneos. De acuerdo con la segunda ley de la termodinámica (ley de la entropía), la transformación del sistema o la

energía implica inevitablemente un proceso irreversible de energía libre o disponible en energía no disponible [4]. La transformación implica una entropía creciente, que puede ser vista como un índice de la cantidad de energía no disponible en un determinado sistema termodinámico en un momento dado de su evolución [5].

De esta manera se puede decir que los sistemas evolucionan de manera natural, siendo capaces de soportar, todas aquellas imperfecciones (fuerzas internas o externas), a las que están sometidas continuamente. Y la entropía es la medida cuantitativa, que nos da una idea del trayecto de la misma y de cómo el sistema responde a las imperfecciones.

En este sentido las resistencias siempre estarán presentes, por tanto el desarrollo de un sistema siempre va en compañía de un aumento de entropía como Poirier [6] lo expresó en su trabajo, la única manera de minimizarlas es mediante la organización y el equilibrio de las mismas. Entonces en entendimiento de la distribución óptima de estas imperfecciones es la Teoría Constructual de la generación de la geometría y que actualmente está siendo aplicado para diferentes áreas en la ciencia.

Existen varios ejemplos del uso de la Teoría Constructual uno de ellos es Antonio Miguel [7] quién desarrolló una investigación aplicando la Teoría Constructual para explicar la formación de patrones similares dentro de sistemas biológicos bajo diferentes condiciones hidrodinámicas en corales colonias de bacterias y raíces de plantas. En 2004 A. Bejan explica que si el diseño animal procede de acuerdo con la ley constructual, entonces el animal destruye menos exergía (es decir energía útil) y requiere menos alimento, significa que el animal deben llevar el peso óptimo que hace que todo el animal sea eficiente, no el órgano individual. Años más tarde Jordan D. Charles y A. Bejan en el 2009 [8], realizaron un estudio de la evolución en el rendimiento y velocidad de los atletas. Mostraron que los corredores y nadadores más rápidos se están volviendo no sólo más rápidos, sino también más pesados, más altos y más delgados.

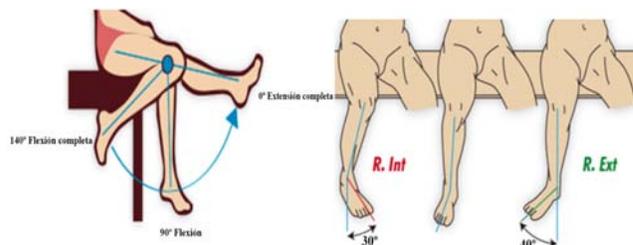
Por otro lado los flujos que nos conectan como sociedad exhiben la misma tendencia natural a generar configuraciones [9]. El comercio y el conocimiento (ciencia, educación, noticias) fluyen en una dirección: de los que la tienen a los que la buscan. La arquitectura externa de este sistema socio-económico de flujo también se ha estado transformando en la dirección de la Teoría Constructual de generación de configuración de flujo en el tiempo, hacia un flujo más fácil. Un ejemplo es la evolución de la escritura, hacia la simplicidad y la universalidad, como el uso de un alfabeto, el cual es un fenómeno de la generación del diseño [10].

### Biomecánica de la articulación de rodilla

La función mecánica de todas las articulaciones del esqueleto es permitir el movimiento de los segmentos óseos al mismo tiempo que soportan cargas funcionales. Los movi-

mientos normales de la articulación de la rodilla se asocian a las actividades diarias como andar, correr y subir y bajar escaleras o pendientes. Las cargas funcionales en estos casos sería la fuerza de reacción del suelo aplicada sobre el pie durante la fase postura o la carga inercial durante la fase de desplazamiento [11].

El principal movimiento de la rodilla es el de flexión-extensión realizada respecto al eje transversal, siendo la flexión activa de  $140^\circ$  con la cadera en flexión y de  $120^\circ$  con la cadera en extensión. La flexión pasiva llega hasta los  $160^\circ$  como se muestra en la figura 1. También en la flexión de la articulación hay un pequeño juego mecánico que permite un movimiento lateral que se traduce en un desplazamiento del tobillo de 1 a 2 cm [12].



**Figura 1** Rango de movimiento de la articulación de la rodilla. Flexión-extensión (izquierda) y rotación interna y externa (derecha). Imagen recuperada de Efisioterapia.net

Respecto al eje antero-posterior la rodilla realiza movimientos de lateralidad varo-valgo que son de escasa magnitud de  $6^\circ$  a  $8^\circ$  con la rodilla en flexión y que no deben existir con la rodilla en extensión. En la flexión los cóndilos femorales ruedan y a la vez resbalan sobre la glenoide tibial, rodando más el cóndilo externo que el interno, este pequeño desplazamiento sobre el eje antero-posterior tiene un rango de entre 5 a 10 mm [11].

Con respecto al eje longitudinal se realizan movimientos de rotación que sólo son posibles con la rodilla en flexión. La rotación externa puede alcanzar  $40^\circ$  y la rotación interna  $30^\circ$ , como se aprecia en la figura 1. En rotación externa el cóndilo externo avanza sobre la glenoides externa y el cóndilo interno se retrasa sobre la glenoides interna y en rotación interna se retrasa el cóndilo externo y avanza el cóndilo interno, también existe un pequeño juego sobre este eje que se traduce en un movimiento de extensión y compresión. [11, 12].

Como se aprecia en la figura 2 la distinta curvatura de los cóndilos femorales, la elongación de los mismos, la variación del plano sagital con la flexión o la variación en la concavidad convexidad de los platillos tibiales tratan de resolverse con un modelo que adopta el movimiento articular en 3 dimensiones con 6 grados de libertad [13, 14].

### Ciclo de marcha y cargas

La marcha es el proceso que realiza un individuo para desplazarse de un lugar a otro en forma eficiente. Resulta de la repetición de una actividad básica cíclica denominada ciclo de marcha. Durante el ciclo de marcha pueden identificarse

dos fases: el apoyo que es el período de tiempo en el cual el pie está en contacto con el suelo (que constituye aproximadamente el 60 % del ciclo de marcha) y el balanceo que es el período de tiempo durante el cual el pie no está en contacto con el suelo (que constituye el 40 % del ciclo de marcha).

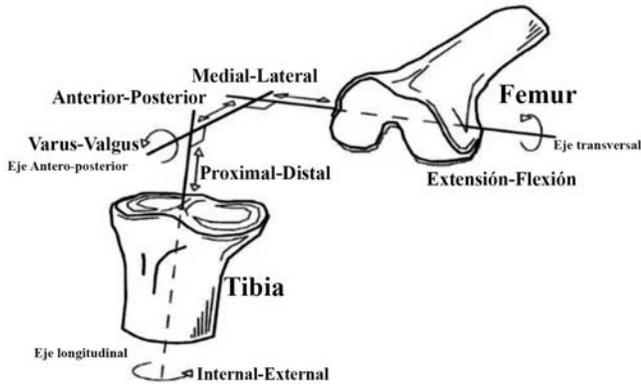


Figura 2 Ejes y movimientos de la articulación de la rodilla. Imagen obtenida de SanJuan Ceveró et al (2005).

Martínez Villalpando y Hug Herr [15] en su trabajo utilizan cinco fases de la marcha para describir la biomecánica de la rodilla a nivel de Tierra, obteniendo los grados de flexión de la articulación como se muestra en la figura 3.

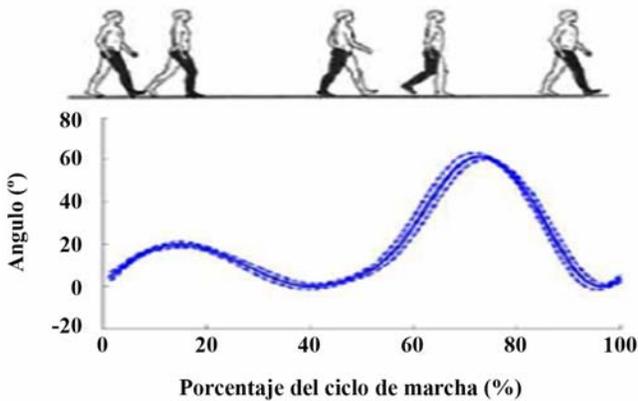


Figura 3. Gráfica del ángulo de la rodilla, realizadas en un participante del sexo masculino (masa = 81,9 kg) durante una caminata a nivel de suelo a la velocidad auto-seleccionada (1,31 m / s). Imagen de Matínez Villalpando et al. (2009).

Shao, MacLeod, et al. realizaron un estudio con el propósito de desarrollar un modelo biomecánico para estimar la traslación tibial anterior (ATT), las fuerzas anteriores de corte y la carga en el ligamento saludable y ligamento cruzado anterior (ACL) de rodilla deficiente durante la marcha, como se muestra en la figura 4. En este modelo se utiliza electromiografía (EMG) y posición de las articulaciones, como entradas para el cálculo de carga durante la fase de apoyo [16, 17].

Koblauch, Hasen et al. [18] por su parte realizaron un trabajo cuyo objetivo fue investigar las fuerzas de compresión de articulación de la rodilla durante la marcha con la rotación del pie interna (IFR), externa (EFR) y normal (NW). Diez varones sanos caminaron a una velocidad fija de 4,5 kmh

bajo tres condiciones: el andar normal, rotación interna y en rotación externa. En la figura 5 se presentan las gráficas donde se estima la fuerza de compresión correspondiente a cada compartimento de los cóndilos femorales (medial y lateral).

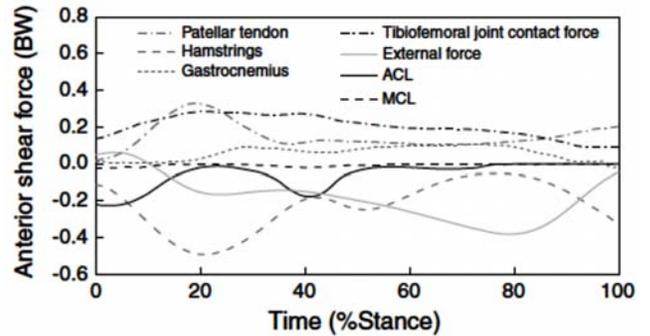


Figura 4 Fuerza cortante anterior aplicado a la tibia por los músculos, ligamentos, fuerza externa, y la fuerza de contacto conjunto en la rodilla sana con 4° de pendiente tibial. Imagen obtenida de Shao, McLeod et al. (2010).

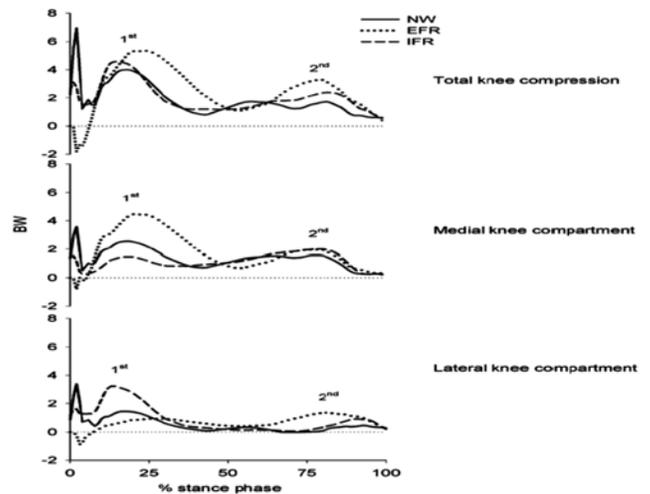
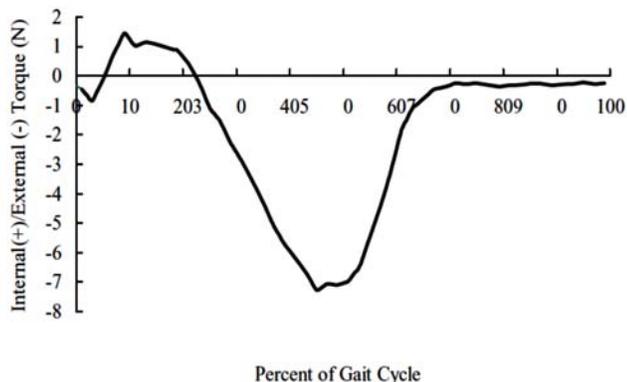


Figura 5. Estimado de las fuerzas de compresión de la articulación de la rodilla. Se representa la porción del peso corporal (BW) soportado en toda la articulación y en cada compartimento versus el porcentaje del ciclo de marcha. Imagen obtenida de Koblauch et al. (2013).

Godest desarrolló un modelo tridimensional explícito de elementos finitos de un reemplazo total de articulación de rodilla Sigma [19] para simular un ciclo de marcha dentro del simulador de rodilla Stanmore. Las condiciones de frontera para la fuerza axial, el torque interno-externo y la fuerza anterior-posterior fueron definidas de acuerdo al protocolo experimental usado en el simulador de rodilla de de Stanmore [20] como se muestra en la figura 6.

Es así como el comportamiento a corto y largo plazo del reemplazo total de la articulación de la rodilla depende de la obtención de la distribución óptima de los esfuerzos que producen las anteriores cargas dentro de la construcción hueso-implante. La distribución de los esfuerzos dentro de los componentes protésicos, la interfaz hueso-implante y dentro del hueso de soporte dependen en última instancia de la cinemática de la rodilla reemplazada.



**Figura 6** Variación de la fuerza anterior-posterior (izquierda) y la torsión interna-externa (derecha) respecto al porcentaje de ciclo de marcha. Gráfica obtenida de Godest A.C. *et al* (2002).

Hace un siglo, Julius Wolff propuso que la arquitectura ósea está determinada por las tensiones mecánicas que se le plantean. La idea novedosa de Wolff se popularizó y hoy en día es ampliamente aceptado que el hueso es un tejido altamente adaptable que modula la masa y la estructura en respuesta a su entorno de carga [21, 22]. Por ello existe una adaptación esquelética la cual se divide en dos procesos; la modelación y la remodelación esquelética. La primera consiste en la eliminación y adición de tejido óseo, mientras que la segunda a causa de las tensiones mecánicas influye en la forma del esqueleto a través de un mecanismo de esculpir atrófica e hipertrófica [23, 24].

Es así como el hueso se puede considerar como un material compuesto, para el cual el comportamiento mecánico se caracteriza por un tensor de rigidez  $E$  de cuarto rango en la ley de Hooke generalizada, que relaciona el esfuerzo al tensor de deformación [25]. El hueso trabecular es anisotrópico tanto mecánica como arquitecturalmente, lo que significa que las propiedades obtenidas de una prueba mecánica dependen de la dirección de prueba.

Cowin [26], introdujo el término de tejido (*fabric*) en mecánica ósea como una descripción de la anisotropía local de la microestructura del material, y el *tensor de tejido* se definió como cualquier tensor de segundo orden definido positivo, el cual describe cuantitativamente la estructura.

Por lo que si hablamos de que existe una remodelación y modelación en los huesos durante toda la etapa de crecimiento y desarrollo del ser humano, desde que nace hasta la edad adulta, producto de todas las fuerzas externas que se transmiten hasta la superficie de los huesos como Wolff lo expresó en su investigación. Y la Teoría Constructual nos dice que todos los sistemas tienden a evolucionar, siendo capaz de superar todas las imperfecciones, es decir minimizando la producción de entropía. De esta manera, se plantea que se puede diseñar la arquitectura interna de los componentes de la prótesis de rodilla por medio del uso de la teoría de propiedades efectivas de materiales compuestos para diseñar un comportamiento mecánico que se ajuste a las condiciones

que será expuesta de tal manera que logre sobrevivir a su entorno.

### Determinación analítica de la producción de entropía aplicando la Teoría constructual

Denotado por la primera ley de la termodinámica o la ley de la conservación de la energía establece que el cambio de energía interna  $U$  es igual la cantidad de calor aportado al sistema  $Q$  y  $W$  es el trabajo realizado por el sistema [27].

$$\Delta U = Q + W \quad (1)$$

Donde  $W$  es el trabajo elástico desarrollado por la acción de las cargas,  $\Delta U$  es el incremento en la energía interna del cuerpo y  $Q$  es el calor que se genera en el cuerpo sufre los desplazamientos en el material. Pero si la deformación es adiabática  $Q = 0$  entonces:

$$\Delta U = W \quad (2)$$

De acuerdo al principio de trabajo virtual en un sólido elástico, el trabajo hecho por una fuerza virtual puede ser escrita como la suma del trabajo hecho por la superficie o contornos de cada elemento del cuerpo (cambios de forma) y el trabajo hecho por el propio cuerpo como resultado del movimiento como cuerpo rígido, es decir, los esfuerzo que realizan [28]. Para el caso idealizado, al remover las cargas del cuerpo, toda la energía almacenada se recupera como trabajo. Entonces se puede calcular el trabajo desarrollado por las fuerzas, multiplicando éstas por el correspondiente incremento de los desplazamientos entonces [29]:

$$dU = \sigma_x d\epsilon_x + \sigma_z d\epsilon_z + \tau_{xy} d\gamma_{xy} + \tau_{xz} d\gamma_{xz} + \tau_{yz} d\gamma_{yz} \quad (3)$$

De acuerdo a la teoría constructual, Bejan [30] establece que es la segunda Ley de la Termodinámica la que considera que parte del trabajo total se pierde durante la evolución del proceso debido a que las condiciones del sistema no son las ideales, esto es, el grado de irreversibilidad del sistema a través de la entropía el cual queda expresado utilizando la función de Darrieus como:

$$W_{real} = W_{total} - TdS \quad (4)$$

Donde el trabajo real que se produce  $W_{real}$  es igual al trabajo ideal  $W_{total}$  menos la disipación de energía definida como  $TdS$ .

Por otra parte la evidencia empírica de la temperatura crítica incrementando con la velocidad, conlleva a pensar en la idea sobre la acumulación del calor friccionante en las superficies. De acuerdo a la teoría constructual de Bejan una obvia conclusión es que el acumulado calor superficial requiere el análisis derivado de la 2da. Ley de la Termodinámica, no sólo es importante evaluar el estacionario calor friccionante, también se debe considerar el efecto de su irreversible acu-

mulación en las superficies, al menos, sobre el coeficiente de fricción.

Una parte importante a considerar dentro del fenómeno de fricción es el contacto que se presenta entre ambas superficies, para la deformación elástica que se presenta se consideró el modelo de contacto de Hertz, el cual considera el contacto entre dos cuerpos elásticos con superficies curvas, como se aprecia en la figura 7.

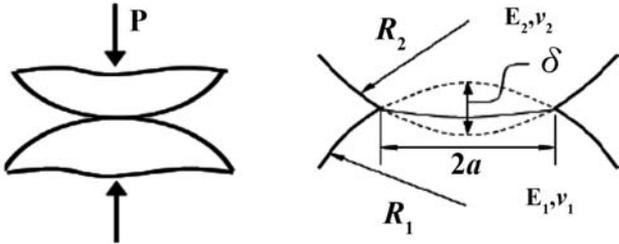


Figura 7. Modelo del contacto de Hertz.

Por sustitución matemática se tiene la forma final para la energía de deformación elástica  $E_{de}$

$$E_{de} = \frac{8}{15} \frac{1}{E^{*2/3} R^{1/3}} \left( \frac{3P_N}{4N_{aspereza}} \right) \quad (5)$$

Sin embargo dentro de la misma pérdida de energía por fricción también se tiene que ésta se integra por la pérdida por disipación por energía acústica y por generación de calor. Para el cálculo de la temperatura superficial se hace la consideración de un sólido semi-infinito donde se suministra un flujo de calor constante por unidad de área en la superficie [31]. Se obtiene la distribución del flujo de calor y de la ley de Fourier, se obtiene la distribución de la temperatura en la superficie del material:

$$T_s = \frac{\lambda Q_t}{\pi (r_{com}^3 k_t p C_p v_i)^{1/2}} \quad (6)$$

Es así como teniendo todos los componentes de energía que se disipa debido a la fricción se hace un balance de energía del proceso, del cual se obtiene la expresión de la producción de entropía por fricción:

$$S_f = \frac{\frac{8}{15} \frac{1}{E^{*2/3} R^{1/3}} \left( \frac{3P_N}{4N_{aspereza}} \right) + \frac{\mu_a P_N d_N}{4N_{aspereza}} + \nu E \left( \frac{A\pi}{\lambda} \right)^2 + \mu NV}{\pi^2 r_{com}^3 k_t p C_p VT} \quad (7)$$

Desde el punto de vista energético, los potenciales de la energía de deformación de igual manera van a variar dentro de material con relación a la variación de las deformaciones y esfuerzos, que generan zonas en las cuales el material concentrara una mayor cantidad de energía y existirá otras donde el material tenderá a relajarse.

Eshelby [32] propone que el primer paso es el cálculo de los cambios de temperatura asociados con la variación de las condiciones elásticas en el medio. El estado del medio es determinado por la temperatura T y el tensor de esfuerzos. Para el cambio de entropía por unidad de volumen establece que:

$$dS = \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_p dT + \left( \frac{\partial S}{\partial \sigma_{ij}} \right) d\sigma_{ij} \quad (8)$$

De acuerdo a las relaciones de Maxwell y donde  $\epsilon_{ij}$  para un cuerpo isotrópico homogéneo se emplea la ecuación de ley generalizada de Hooke considerando los efectos térmicos, entonces se tiene la producción de entropía:

$$S_e = C_p \ln(T) + \alpha \sigma_{ij} \quad (9)$$

Donde  $\sigma_{ij}$  está dado para un material homogéneo e isotrópico, sin embargo a la estructura ósea se considera como un material compuesto, para el cual el comportamiento mecánico, se determina si se considera un material compuesto con inclusiones de geometría elíptica. El trabajo más representativo sobre el análisis de materiales compuestos con inclusiones es el realizado por Eshelby [33, 34] en el cual analiza a una inclusión de geometría elíptica embebida en una matriz elástica y su efecto sobre las propiedades elásticas.

Para este caso particular, el tensor de deformación de la matriz del compuesto se relaciona con el de esfuerzo a través de la expresión [35]:

$$\sigma^0 = E_0 (\epsilon^0 + \tilde{\epsilon}) \quad (10)$$

En donde:

- $\sigma_0$ - Tensor de esfuerzos en la matriz de material con tensor de propiedades elásticas  $E_0$  que considera la presencia de inhomogeneidades en forma de cavidades elipsoidales.
- $\epsilon_0$  - Tensor de deformación para un material elástico, homogéneo e isotrópico.
- $\tilde{\epsilon}$  - Tensor de deformación que representa los efectos de la presencia de cavidades

Entonces al aplicar la Teoría Constructual de Bejan se tiene en la ec.(4) que el trabajo real del sistema es igual al trabajo ideal menos el grado de irreversibilidad del sistema defino como entropía. Teniendo la producción de entropía a causa de la fricción  $S_f$  de la ec.(7), la cual involucra toda la energía disipada por este fenómeno y también en la ec.(9) la producción de entropía a causa de las propiedades elásticas del material compuesto  $S_e$ . Se puede sustituir ambas expresiones en la ec.(4) se tiene:

$$W_{real} = W_{total} - Td(S_f + S_e) \quad (11)$$

Donde el trabajo real que desarrolla el sistema queda en función del trabajo ideal, menos todas las disipaciones de

energía, que se presentan al poner en contacto a dos cuerpos y someterlos a esfuerzos. Por lo que en el caso particular de las prótesis de rodilla, con el uso de los modelos analíticos anteriores, se puede realizar la optimización en función de la producción de entropía siguiendo la Teoría Constructual, por lo que se puede establecer regiones de mayor disipación de energía, así como otras donde tienda a relajarse.

**Resultados**

Para el análisis se utilizó un programa de elemento finito así como las ecuaciones anteriores para el cálculo de la producción de entropía. En el diseño se tomó en cuenta que la mayoría de los componentes femoral y tibial que actualmente se usan en México, el material empleado es una aleación de Cromo-Molibdeno (Cr – Mo) con un módulo de Young de 210 GPa y un coeficiente de Poisson de 0,3 [36]. El inserto tibial está hecho de polietileno de ultra alto peso molecular (UHMWPE) con un módulo de Young de 1.57 GPa y una relación de Poisson de 0.35.

Se decidió realizar una comparación del modelo comercial, al cual llamaremos modelo sólido y el modelo modificado con inclusiones elípticas. Por otra parte debido a la simetría que existe en el plano sagital, es posible realizar un corte sobre éste plano a la geometría de la prótesis.

Se establecieron las condiciones de frontera para el primer modelado de acuerdo a la mecánica articular de la rodilla, se decidió que toda la superficie interior del componente femoral estaba limitada como rodillo. También se colocó un par de contacto entre ésta y la parte superior de la tibia como se muestra en la figura 8a, mientras que la parte inferior se le condicionó como una frontera fija como se indica en la figura 8b.

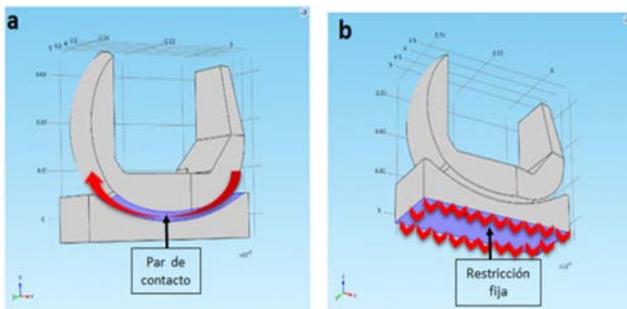


Figura 8. a) Izquierda condición de frontera de rodillo. b) Derecha condición de frontera tipo fijo.

La parte superior del fémur se cargó con una fuerza de 2kN correspondiente a 3 veces el peso corporal de una persona promedio; esta carga considera los efectos inerciales de actividades como subir o bajar escalera, levantarse de una silla o trotar, como se muestra en la figura 9. Para el mallado se eligió el elemento tetraédrico puesto que es más versátil para el modelado de geometría sólidas complejas o irregulares como el caso de la geometría de la prótesis de rodilla.

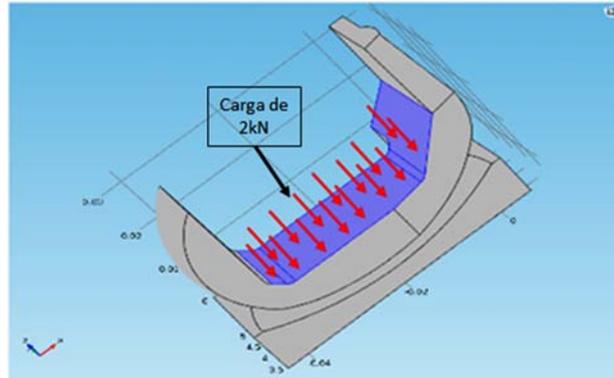


Figura 9. Carga aplicada en la frontera superior del fémur.

Del resultado de los análisis se tiene existe una disminución en los valores máximos de esfuerzo en comparación al modelo sólido, sin embargo la distribución de éstos, también es significativamente diferente, como se aprecia a detalle en la figura 10. Por lo tanto, siendo las mismas condiciones de fronteras en ambos modelos, con el uso de inclusiones se comprueba que se puede influir tanto en la disipación como en la distribución de la energía, logrando un cambio en el comportamiento del material, bajo las condiciones de carga mencionadas.

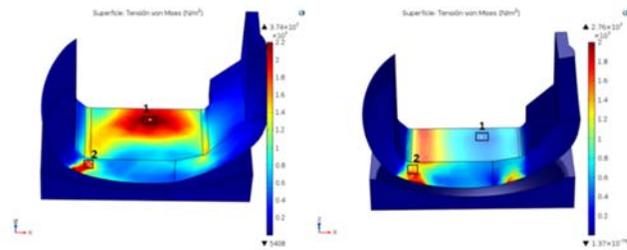


Figura 10. Puntos de evaluación para producción de entropía. Izquierda; modelo sin inclusiones. Derecha; modelo con inclusiones

Se procedió a analizar la producción de entropía, la diferencia entre los valores es evidente en ambas zonas, como se puede apreciar en la siguiente gráfica (ver figura 11), en donde tanto para la zona 1 como para la zona 2, la producción de entropía se ve disminuida en el modelo con inclusiones elípticas.

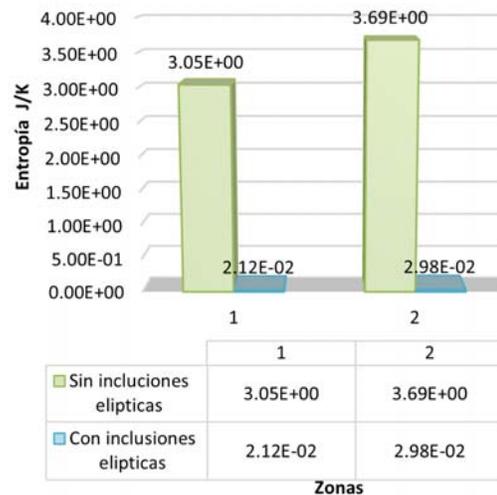


Figura 11. Gráfica de la producción de entropía en los puntos marcados como 1 y 2.

También se realizó un estudio cambiando la orientación de las inclusiones elípticas de 0 a 90 grados, para analizar la influencia en la producción de entropía. Las condiciones de frontera que se usaron para estos modelos fueron las mismas que en los pasados y al igual se eligió un mismo punto de análisis para las diferentes orientaciones. En la escala de colores se puede ver el cambio en las zonas de concentración de esfuerzos y también la distribución de los mismos.

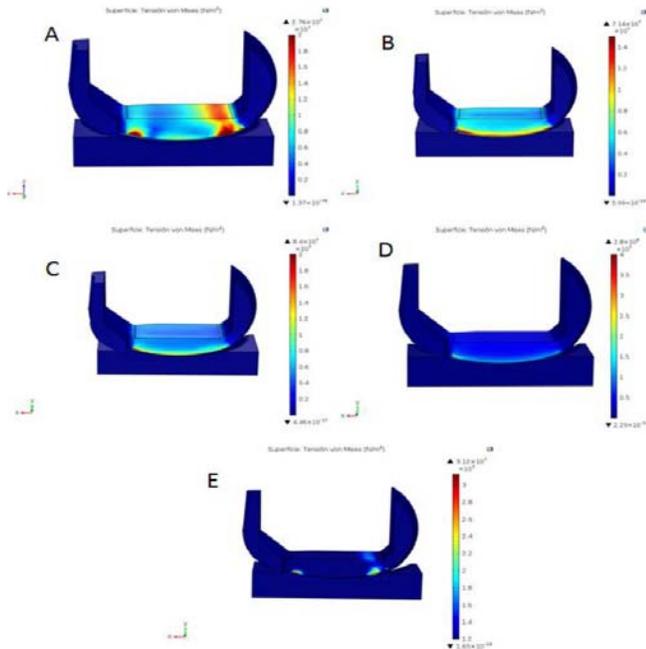


Figura 12. Análisis de la producción de entropía para los modelos con diferente orientación en sus inclusiones elípticas, A) 0°, B) 20°, C) 40°, D) 60° y E) 90°.

En la figura 13 se observa que el parámetro de orientación de la inclusión afecta considerablemente la generación de entropía, donde para orientaciones a 0°, la entropía presenta su máximo mientras a medida que la orientación va cambiando hasta que ocupa una posición de 90° es el mínimo.

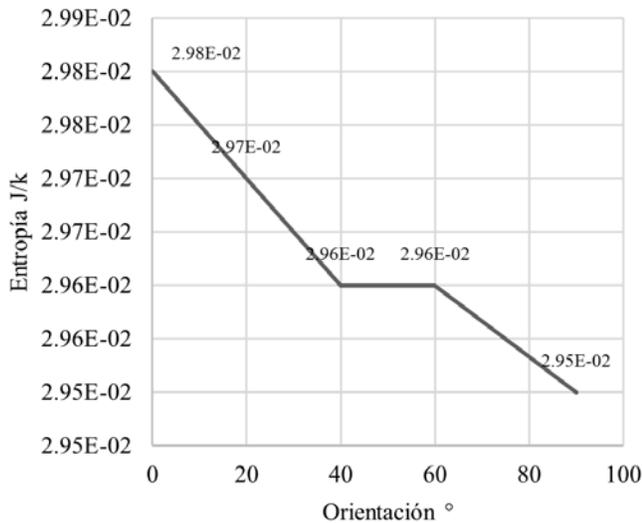


Figura 13. Gráfica de la producción de entropía vs la orientación de las inclusiones.

De acuerdo a los resultados obtenidos, se determina una configuración particular de las inclusiones como modelo final. Se realiza la simulación completa de la articulación de la rodilla, considerando las condiciones de cargas anteriormente mencionadas en el estudio del ciclo de marcha. De tal manera que existiera una disipación optimizada de la producción de entropía. Para el análisis de entropía del modelo final, se realizó una comparación tanto con el modelo sólido como el modelo con la primera configuración de inclusiones, para tener una idea del proceso de optimización que se empleó hasta llegar al modelo final como se puede apreciar en la figura 14.

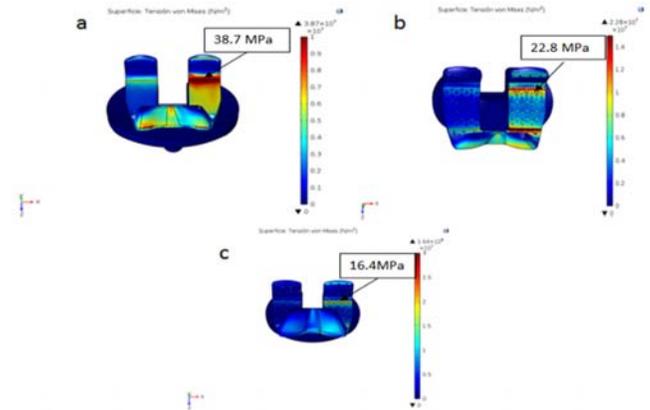


Figura 14. Modelos comparativos a) Modelo sólido, b) Modelo con la primera configuración, c) Modelo final

En la gráfica de la figura 15, se aprecia que tanto para el modelo con la primera configuración, como el modelo final, presentan valores por debajo del modelo sólido. Sin embargo también se puede ver cómo la gráfica del modelo sólido, contiene variaciones demasiado marcadas en la producción de entropía, es decir, que en unas partes tienden a ser mínimas, mientras que en otras, la producción cambia abruptamente a valores pico. Por el contrario, en el modelo uno y en el modelo final, la tendencia de la producción de entropía es a ser mínima, pero también, presenta en sus valores una producción cambiante de entropía.

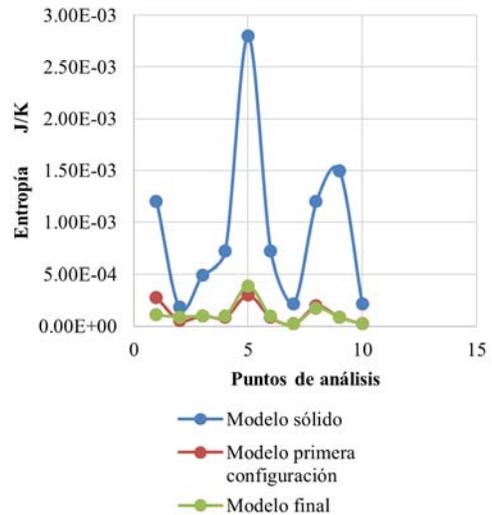


Figura 15. Gráfica comparativa de la producción de entropía del modelo final.

Con los análisis de la prótesis completa comparándolas con el modelo sólido y el modelo final se ha logrado reducir como valor medio hasta en un 80% el valor de la producción entropía en las zonas detectadas como conflictivas respecto al modelo sólido. Lo cual quiere decir, que los valores de deformación son menores y por ende, los valores de esfuerzo también.

Con esto se logra el desarrollo de una prótesis optimizada basada en la Teoría Constructual, modificando el comportamiento del material, teniendo la capacidad de amortiguamiento y disipación de energía bajo las condiciones de carga presentadas.

### Conclusión

La principal aportación del presente trabajo es el uso de la Teoría constructual como método de optimización en el diseño de piezas mecánicas, en particular, prótesis de rodilla. Como se mencionó al principio, aunque existen condiciones y aspectos en el diseño de la geometría de la prótesis que es menester considerar. Es cierto también que entre fabricantes pueden variar respecto a otros factores.

El impacto que pueda generar el presente trabajo se debe a que actualmente los diseños se crean a partir de copias o diseños biomimetistas de lo que existe a nuestro alrededor, sin embargo no existe un análisis del por que las cosas adquiere la forma que tienen, y esto es porque la clave del diseño, no es algo que se pueda apreciar a simple vista. Es aquí donde el trabajo toma importancia, ya que basa su estudio en el entendimiento de todos los factores que afecta la evolución del sistema, en particular, la articulación de la rodilla, siendo estos mismos los responsables de dar vida y forma a un diseño tanto interno como externo de lo que se conoce. Son esos factores a los que en termodinámica se le concibe como entropía, y es aquí donde las leyes de la física cubren el comportamiento de los fenómenos de la naturaleza.

Los resultados de los análisis que se hicieron para la prótesis comercial, las regiones en las que se concentran los esfuerzos presentan una localización que depende tanto del diseño geométrico como del trabajo al cual esté sometido.

Los resultados obtenidos primeramente con la mitad de la sección de la prótesis tanto el modelo sólido y después adicionando las inclusiones se pudieron notar las disminuciones de las zonas de concentración de esfuerzo, así como también se disminuyeron los máximos valores de esfuerzos.

Al cambiar a las distintas orientaciones de las inclusiones elípticas en los modelos consecuentes, se logró un cambio en el direccionamiento de la cantidad de energía generada en la prótesis a causa de los esfuerzos, estableciendo las configuraciones pertinentes para generar mayor amortiguamiento en el material, según sea el caso que se requiera, logrando una modificación en las propiedades elásticas, en función de su geometría, fracción de volumen, y orientación.

### Agradecimientos

Agradecimientos al Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET) por darme la oportunidad de realizar mis estudios, y a los profesores por se parte de mi desarrollo académico en especial al Dr. José María Rodríguez Lelis por su paciencia y confianza.

### Referencias

- [1] A. Bejan y S. Lorente , «*The constructual law of desing and evolution in nature,*» The royal Society Publishing , nº 365 , 2010.
- [2] A. Bejan, «*Constructal theory of pattern formation,*» Hydrology and Earth Systems Sciences., 2007.
- [3] J. J. Rojas Dieguez, «*Entropía un breve esbozo,*» Universidad Rafael Landívar, Facultad De ingeniería. .
- [4] R. Georgescu , «*Energy and Economic Myths,*» Southern Economic Journal, pp. 347-381, 1975.
- [5] R. Georgescu, «*The entropy Law and the Economic Process,*» Harvard University Press., 1971.
- [6] A. Bejan, «*The Constructal of organization in nature: tree-shaped flows and body size,*» The Journal of Experimental Biology, 2004.
- [7] F. M. António , «*Constructal pattern formation in stony corals, bacterial colonies and plant roots under different hydridynamics conditions.*» Journal of Theoretical Biology, vol. 242, pp. 954-961, 2006 .
- [8] D. C. Jordan y A. Bejan , «*The evolution of speed, size and shape in moder athletics .,*» The Journal of Experimental Biology , pp. 2419-2425, 2009.
- [9] A. Bejan y G. Merx , «*Constructual Theory of Social Dynamics,*» Springer , 2007 .
- [10] C. Amoozegar, «*Constructual theory of written language.*» Springer, 2007.
- [11] I. Rodríguez Santana , R. Navarro García y R. Cabrera Bonilla , «*Anatomía y biomecánica de la rodilla,*» III Jornada Canarias de Traumatología y Cirugía Ortopédica.
- [12] R. G. Domenech , M. Moreno Cascales y M. Fernandez Villacañas Marín , «*Anatomía y biomecánica de la articulación de la rodilla,*» ELSEVIER, 2003.
- [13] R. SanJuan Cerveró, P. Jiménez Honrado, E. Gil Monzó y R. Sánchez Rodríguez, «*Biomecánica de la Rodilla,*» ELSEVIER, 2005.

- [14] R. Sanjuan Cerveró, P. Jiménez Honrado , E. Gil Monzó , R. Sánchez Rodríguez y J. Fenollosa Gómez, «*Biomecánica de la rodilla*,» Journal of Biomechanics, 2005.
- [15] E. C. Martinez Villalpando y H. Herr, «*Agonist-antagonist active knee prosthesis: A preliminary study in level-ground walking*,» Journal of Rehabilitation Research & Development, 2009.
- [16] Q. Shao, T. D. MacLeod, K. Manal y T. S. Buchanan, «*Estimation of Ligament Loading and Anterior Tibial Translation in Healthy and ACL-Deficient Knees During Gait and the Influence of Increasing Tibial Slope Using EMG-Driven Approach*,» Annals of Biomedical Engineering , vol. 39 , nº 1, 2011.
- [17] K. B. Shelburne , M. R. Torry y M. G. Pandy , «*Muscle, Ligament, and Joint-Contact Forces at the Knee during Walking*,» Medice & Science in Sports & Exercise, 2005.
- [18] H. Koblauch, T. Heilskov-Hansen, T. Alkjaer, E. B. Simonsen y M. Henriksen, «*The Effect of Foot Progression Angle on Knee Joint*,» Journal of Applied Biomechanics, 2013.
- [19] A. Godest , M. Beaugonin, E. Haug, M. Taylor y P. Gregson , «*Simulation of a knee joint replacement during a gait cycle using explicit finite element analysis*,» Journal of Biomechanics , nº 35, pp. 267-275, 2002.
- [20] P. Walker , G. Blunn, D. Broome, J. Perry, A. Watkins, S. Sathasivam y M. Dewar, «*A knee simulating machine for performance evaluation of total knee replacements*,» Journal of Biomechanics , nº 30 , pp. 83-89.
- [21] C. Turner, «*Functional Determinants of bone structure beyond Wolff's Law of bone transformation*,» Science Direct , 1992.
- [22] M. Harold y M. Frost, «*Wolff's Law and Bone's structural adaptations to mechanical usage:an overview for clinicians*,» Science Direct, 1993.
- [23] B. Clarke, «*Normal Bone Anatomy and Physiology*,» Journal of the American society of Nephrology, 2008.
- [24] R. L. Young y A. V. BAdyaev, «*Evolution of ontogeny: linking epigenetic remodeling and genetic adaptation in skeletal structures*,» Oxford Journals Integrative and Comparative Biology., 2007.
- [25] R. Huiskes , B. Van Rietbergen, A. Odgaard y J. Kabel, «*Direct mechanics assessment of elastic symmetries and properties of properties of trabecular bone architecture*,» J Biomechanics, vol. 29, 1996 .
- [26] S. Cowin, «*The relationship between the elasticity tensor and the fabric tensor*,» Mech Mater, pp. 137-147.
- [27] R. B. Hetnarski y M. Reza Eslami, *Thermal Stresses -Advanced Theory and Applications*, New York. : Springer, 2009.
- [28] H. Langhaar Langhaar, *Energy methods in applied mechanics*, New York, 1962.
- [29] I. Romero Olleros, *Introducción a la mecánica de los sólidos deformables*, Madrid: E.T.S. Ingenieros Industriales, 2014.
- [30] A. Bejan , «*Entropy generation through heat and fluid flow*,» Philosophical Transaction of the Royal Society, 1982.
- [31] H. Carslaw y J. Jaeger , *Conduction of heat in solid*, 2a. ed., Claredon Press , Oxford.
- [32] J. Eshelby, Collected Works of J.D. *Eshelby The mechanics of defects and Inhomogeneities*, vol. 133, Springer, 2006.
- [33] J. Eshelby , «*The determination of elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems*,» Royal Soc. of London, vol. 241, nº 376, 1957.
- [34] J. Eshelby , «*The elastic field outside of elliptical inclusion*,» Proceedings of the Royal Society of London , vol. 252, nº 1271, pp. 561-569, 1959.
- [35] Y. Zhao , G. Tandon y G. Weng, «*Elastic moduli For a class of porous materials*,» Acta Mechanica , pp. 76-105, 1989.
- [36] M. Soncini , L. Vandini y A. Redaelli , «*A finite element analysis of knee joint replacement during a gait cycle*,» Journal of Applied Biomaterials & Biomechanics , vol. 75, pp. 19-26, 2004.
- [37] S. Cowin, «*Mechanosensation and fluid transport in living bone*,» J. Musculoskel Neuron Interact , 2002 .
- [38] G. Marriot, «*The osteocyte as a wiring transmission system*,» J. Musculoskel Neuron Interact, 2000.
- [39] A. Santos A., J. Bakker y K. Nulend, «*The role of osteocytes in bone mechanotransduction*,» Springer, pp. 1027-1031, 2009.