

# Estudio numérico de la formación de escarcha sobre una placa plana horizontal con flujo paralelo

H. A. Ramírez Hernández, F. A. Sánchez Cruz\*, L. F. Rúa Mojica, A. C. Pérez Esquivel, L. A. García Vásquez, J. A. Flores Téllez

Universidad Autónoma de Nuevo León, Pedro de Alba S/N, Ciudad Universitaria

San Nicolás de los Garza, N.L., 66455, México

\*Autor contacto: fausto.sanchezcr@uanl.edu.mx

## Resumen

Para predecir el crecimiento de la escarcha y sus propiedades sobre superficies horizontales, en este trabajo se desarrolló un código CFD empleando el método de los volúmenes finitos. Se eligió un modelo matemático que incluye el subdominio del aire húmedo y el subdominio de la capa de escarcha, considerándola como un medio poroso. Las ecuaciones de gobierno se resolvieron en un solo dominio empleando diferentes coeficientes para las ecuaciones discretizadas dependiendo de si el nodo corresponde a escarcha o aire, y utilizando diferentes propiedades termofísicas. Para validar el código numérico se realizó un estudio experimental en el cual se encontró una diferencia relativa en el espesor de la escarcha menor del 10% para el punto central de la superficie en el tiempo final.

## Abstract

A CFD study was conducted using the finite volume method to predict the frost growth and its properties on horizontal surfaces. We chose a mathematical model that includes a subdomain for the humid air and a subdomain for the frost layer, considering it as a porous medium. Governing equations were solved in a single domain using different coefficients for the discretized equations depending on whether the node corresponds to frost or air, and using different thermophysical properties. An experimental study was conducted to validate the numerical code. A relative difference was found in the frost thickness less than 10% for the center point of the surface in the final time.

## Palabras clave:

Formación y crecimiento de escarcha, intercambiadores de calor, placas paralelas, CFD

## Keywords:

Frost formation and growth, heat exchangers, parallel plates, CFD

## Nomenclatura

$w$	Humedad específica [kg/kg]
$\lambda$	Conductividad térmica [W/m · K]
$D$	Difusividad molecular [m <sup>2</sup> /s]
$H.R.$	Humedad relativa [%]
$q_{sub}$	Calor de sublimación del agua [J/kg]

### Subíndices

$i$	Hielo
$a$	Aire
$f$	Escarcha
$ef$	Valor efectivo
$s$	Valor en la superficie
$\infty$	Valor de la corriente libre
$prom$	Valor promedio

### Superíndices

*	Valor adimensional
$0$	Valor inicial

## Introduction

La formación de escarcha es un fenómeno muy común que ocurre cuando se tiene una temperatura de superficie inferior al punto de congelación del agua dentro de un ambiente con aire húmedo. Este fenómeno ocurre debido a que el vapor de agua contenido en el aire sufre un cambio de fase, depositándose sobre la superficie a baja temperatura. En los sistemas de refrigeración se presenta este fenómeno ocasionando que el desempeño térmico e hidrodinámico disminuyan, debido a que (i) la capa de escarcha se comporta como un aislante térmico afectando a la transferencia de calor que debe ocurrir entre el aire y el intercambiador de calor, y (ii) debido a que el espesor de la capa de escarcha reduce la sección por donde pasa el aire a través de las aletas de los intercambiadores, provocando un aumento en la caída de presión. Este fenómeno se ha estudiado durante muchos años, siendo uno de los referentes, el estudio realizado por Hayashi [1], en el cual divide el proceso en tres etapas, (1) *Etapas de crecimiento de cristales*, en donde no existe aún la capa de escarcha y solamente columnas de hielo sobre la superficie, (2) *Etapas de crecimiento de escarcha*, en donde ya existe la capa de escarcha, una vez que las columnas de hielo crecieron en todas las direcciones, por lo que esta capa se comporta como un medio poroso teniendo partículas de hielo y huecos con aire húmedo, y (3) *Etapas de desarrollo completo* en donde

la temperatura de la superficie de la escarcha alcanza la temperatura de fusión del hielo derritiéndose y filtrándose hacia el interior de la escarcha aumentando su densidad. Algunos estudios consideran solamente el dominio de la escarcha y no resuelven el dominio del aire; generalmente son modelos unidimensionales y en estado permanente [2-5]. Otros estudios emplean dos subdominios, uno para el aire y otro para la escarcha [6-9], por lo que sí resuelven el flujo del aire y no dependen de correlaciones empíricas. Por último, hay estudios que usan el paquete comercial *ANSYS Fluent* para resolver el fenómeno, empleando ecuaciones de gobierno para ambas fases mediante un modelo de flujo Euler multifase [10-12]. El presente trabajo se basa en los estudios que consideran un subdominio para el aire y otro para la escarcha, específicamente en los trabajos realizados por Lenic [6] y Armengol [7].

### Planteamiento del problema

Para la presente investigación, es de interés el estudio de la formación y crecimiento de la escarcha sobre las aletas de un intercambiador de calor. En dichos intercambiadores fluye refrigerante con el fin de disminuir la temperatura en la superficie de las aletas, las cuales enfriarán el aire que pase sobre éstas. Durante este proceso ocurre transferencia de calor y masa sobre las superficies del intercambiador.

Dado que la escarcha solo se presenta en el lado del aire, este estudio se limitará a esta zona, y se considerará la temperatura de las aletas como constante. En la Fig. 1 podemos observar el modelo físico de estudio, así como el dominio computacional elegido. En la Fig. 2 se muestra el dominio computacional a mayor detalle. Este dominio abarca una zona correspondiente a la capa de escarcha y otra zona al dominio del aire húmedo.

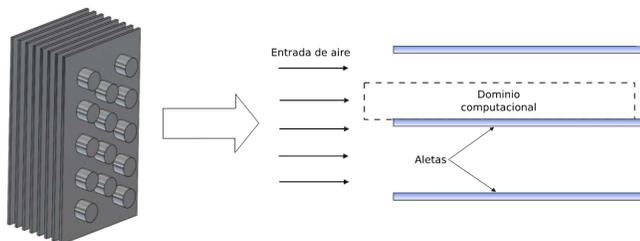


Figura 1: Modelo físico de estudio.

### Modelo matemático

El modelo matemático corresponde a un sistema de coordenadas cartesiano bidimensional. El proceso de formación de escarcha involucra diversos fenómenos como: transferencia de calor, transferencia de masa, es un fenómeno transitorio debido a que la capa de escarcha crece y las propiedades termofísicas involucradas no son constantes. Debido a estas condiciones, resulta muy complicado resolver este problema, por lo que se requiere tomar en cuenta las siguientes simplificaciones en el modelo: (i) el aire húmedo es un fluido newtoniano, (ii) existe solamente flujo laminar ( $Re < 8150$ ),

(iii) la densidad, el calor específico y el coeficiente de difusividad molecular del vapor en el aire son constantes, (iv) la velocidad, humedad, temperatura del aire en la entrada, y la temperatura de la placa son constantes, (v) la temperatura de la placa se encuentra muy debajo del punto de congelación del agua, por lo que el vapor pasa directamente a la fase sólida y (vi) se desprecia el efecto de la gravedad. El modelo matemático a resolver se compone de las ecuaciones que se indican a continuación:

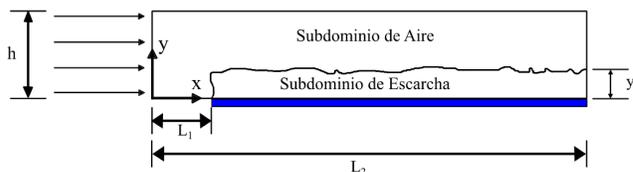


Figura 2: Dominio computacional.

### Subdominio del aire

Para el subdominio del aire se resuelven las ecuaciones de continuidad, cantidad de movimiento, energía y transporte de vapor de agua.

- Conservación de masa:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

- Cantidad de movimiento en x:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v \cdot u)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (2)$$

- Cantidad de movimiento en y:

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u \cdot v)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v \cdot v)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (3)$$

- Conservación de la energía:

$$\frac{\partial(\rho T)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u \cdot T)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v \cdot T)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (4)$$

- Transporte del vapor de agua:

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u \cdot w)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v \cdot w)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho D \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho D \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (5)$$

### Subdominio de la escarcha

En el caso del subdominio de la escarcha, solamente se resuelve la ecuación de la energía y una ecuación para conocer la razón de densificación de la capa de escarcha [2].

- Conservación de la energía:

$$\frac{\partial(\rho_f T)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\lambda_f}{c_{p,f}} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\lambda_f}{c_{p,f}} \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{q_{sub}}{c_{p,f}} \frac{\partial \rho_f}{\partial t} \quad (6)$$

- Razón de densificación [2]:

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho_a D_{ef} \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho_a D_{ef} \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (7)$$

### Propiedades

Como se mencionó anteriormente, en el caso del aire la densidad ( $\rho = 1.246 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ), el calor específico ( $c_{p,a} = 1006 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ) y la difusividad molecular ( $D_a = 0.26 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ) se consideraron como constantes. Estos valores son válidos para un rango de temperatura de 0 a 30 °C, tal como se puede observar en el estudio realizado por P.T. Tsilingiris [13], en donde se observa que los valores de estas propiedades no varían mucho, ni con el cambio de la humedad en el aire. A partir de 40 °C sí se observa que los valores de estas propiedades varían de manera considerable, tanto con la temperatura como con la humedad. Por otro lado, la viscosidad y la conductividad térmica se consideran dependientes solamente de la temperatura y no de la humedad [13]. Para obtener estos valores se utilizó la *Ley de Sutherland*:

$$\mu(T) = \mu' \left( \frac{T}{T'} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{T' + S}{T + S} \quad (8)$$

$$\lambda(T) = \mu(T) \frac{\gamma R}{(1-\gamma) Pr} \quad (9)$$

donde  $T' = 273 \text{ K}$ ,  $S = 110.5 \text{ K}$ ,  $\gamma = 1.4$ ,  $R = 287 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ,  $\mu' = 1.68 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$  y  $Pr = 0.71$ .

La escarcha en estudios anteriores [6, 7] se ha considerado como un medio poroso compuesto por partículas de hielo y espacios de aire húmedo por lo cual, sus propiedades toman en cuenta el parámetro de la porosidad ( $\varepsilon$ ), el cual se define como:

$$\varepsilon = \frac{V_a}{V} = \frac{\rho_i - \rho_f}{\rho_i - \rho_a} \quad (10)$$

donde  $\varepsilon$  representa la porosidad (la cual posee un valor entre 0 y 1),  $\rho_i$  la densidad del hielo,  $\rho_a$  la densidad del aire,  $\rho_f$  la densidad de la escarcha,  $V_a$  el volumen de los espacios de aire y  $V$  el volumen total. Para calcular el calor específico de la escarcha se toman en cuenta los calores específicos del hielo y del aire, así como también la porosidad del medio:

$$c_{p,f} = \frac{(c_{p,i} \rho_i (1-\varepsilon) + c_{p,a} \rho_a \varepsilon)}{\rho_f} \quad (11)$$

Para el cálculo de la difusividad molecular efectiva dentro de la capa de escarcha se utilizó la relación utilizada por Na y Webb [4], la cual está en función del factor de la tortuosidad del medio ( $\tau$ ) y la porosidad:

$$D_{ef} = D_a \varepsilon \tau = D_a \varepsilon \frac{1+\varepsilon}{2} \quad (12)$$

La conductividad térmica se calculó en función de la densidad de la escarcha, utilizando la relación propuesta por Kwan-Soo Lee [9]:

$$\lambda = A_1 + A_2 \rho_f + A_3 \rho_f^2 \quad (13)$$

donde  $A_1 = 0.132$ ,  $A_2 = 3.13 \times 10^{-4}$  y  $A_3 = 1.6 \times 10^{-7}$ .

### Condiciones de frontera

Frontera Oeste ( $x = 0$ ), entrada de aire húmedo:

$$T = T_{in} ; w = w_{in} ; u = u_{in} ; v = 0$$

Frontera Este

Subdominio de la escarcha ( $x = L_2 ; 0 \leq y \leq y_f$ ):

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial x} = 0 ; u = v = 0$$

Subdominio del aire ( $x = L_2 ; y_f < y \leq h$ ), salida de aire:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x} = 0$$

Frontera Norte ( $y = h$ ), condición de simetría:

$$\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial u}{\partial y} = v = 0$$

Frontera Sur

Subdominio del aire ( $y = 0 ; 0 \leq x < L_1$ ), condición de simetría:

$$\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial u}{\partial y} = v = 0$$

Superficie de la placa ( $y = 0 ; L_1 \leq x \leq L_2$ ), condición de no deslizamiento y de superficie impermeable:

$$u = v = \frac{\partial w}{\partial y} = 0 ; T = T_s$$

### Condiciones iniciales

Para el subdominio del aire, se tiene que el fluido se encuentra en reposo a una cierta temperatura y humedad:

$$T^0 = T_{in} ; w^0 = w_{in} ; u^0 = v^0 = 0$$

El modelo matemático solamente resuelve la segunda etapa del fenómeno de formación de escarcha descrito por Hayashi [1]. Para poder modelar esta etapa se requiere especificar la primera etapa como condición inicial, el espesor y la densidad de la escarcha. En estudios anteriores [2, 6, 7] han utilizado un espesor de 0.02 mm y una densidad de 30 kg · m<sup>-3</sup>, basándose en el estudio realizado por Jones [3], en el cual encuentra que las predicciones en el espesor no se ven afectadas cuando se elige una densidad dentro del rango 8 a 48 kg · m<sup>-3</sup>. En este estudio se eligió un espesor inicial muy cercano al utilizado anteriormente y una densidad de 48 kg · m<sup>-3</sup> debido a que una densidad menor provocaba espesores finales de la capa de escarcha mayores. Por otro lado, la temperatura inicial dentro de la escarcha se considera que es la misma que la de la placa, debido a que el espesor de la capa de escarcha es muy pequeño y su resistencia térmica es despreciable.

$$\rho_f^0 = 48 \text{kg} \cdot \text{m}^{-3} \quad ; \quad y_f^0 = 0.014 \text{mm} \quad ; \quad T_f^0 = T_s$$

**Razón de crecimiento de la escarcha**

En estudios anteriores [2, 6] se ha considerado que la capa de escarcha solamente crece en la dirección perpendicular a la placa, suposición que no es del todo correcta, dado que la capa de escarcha pudiera crecer en todas las direcciones, aunque sí tiende a crecer más en la dirección perpendicular a la placa. En este trabajo se considera que la escarcha crece en dos direcciones, tal como lo propone Armengol [7]. Para hacer esto, se realizó un balance de masa en un volumen de control ubicado en la interfaz aire-escarcha, como el mostrado en la Fig. 3.

Entonces,

$$\rho_f \frac{dV}{dt} = \int_{SC} \dot{m} dA \tag{14}$$

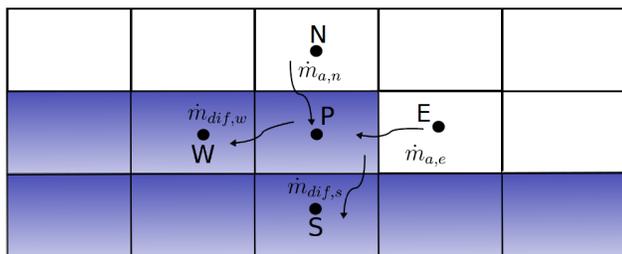


Figura 3: Balance de masa en la interfaz.

donde el lado izquierdo de la ecuación 14 representa el cambio de masa dentro del volumen de control de la interfaz, A representa el área perpendicular al flujo másico y representa los flujos másicos. Si integramos la ecuación 14, tenemos:

$$\rho_f \frac{dV}{dt} = \sum_{SC} \dot{m}_a A - \sum_{SC} \dot{m}_{dif} A \tag{15}$$

donde  $m_a$  representa los flujos másicos provenientes del aire, y  $m_{dif}$  los flujos másicos que se difunden dentro de la capa de escarcha, y que contribuyen a su densificación. Estos flujos se calculan mediante:

$$\dot{m}_a = \rho_a D \frac{\partial w}{\partial n} \tag{16}$$

$$\dot{m}_{dif} = -\rho_a D_{ef} \frac{\partial w}{\partial n} \tag{17}$$

La diferencia de los flujos másicos mostrados en la ecuación 15 es la masa que contribuye al crecimiento de la capa de escarcha.

Debido a que el volumen de control en la interfaz puede recibir flujo másico del aire en más de una cara, es necesario considerar los cambios de volumen en cada una de sus caras. El volumen de control tendrá mayor crecimiento en aquella cara que reciba el mayor flujo de masa, es decir, en donde el gradiente de humedad sea mayor.

La ecuación 18 representa el cambio de volumen de la cara “este” en función del flujo másico proveniente del aire.

$$\left( \frac{dV}{dt} \right)_e = \frac{\dot{m}_{a,e} A_e}{\sum \dot{m}_a A_T} \frac{dV}{dt} \tag{18}$$

donde  $m_{ae}$  representa el flujo másico que entra al volumen de control por la cara “este”,  $A_e$  es el área normal al flujo másico, que en nuestro caso bidimensional será igual a  $\Delta y$ ,  $A_T$  es el área total del volumen, y  $\frac{dV}{dt}$  es el cambio de volumen total del nodo, por lo cual tenemos:

$$\frac{dV}{dt} = \left( \frac{dV}{dt} \right)_e + \left( \frac{dV}{dt} \right)_w + \left( \frac{dV}{dt} \right)_n + \left( \frac{dV}{dt} \right)_s \tag{19a}$$

$$\frac{\dot{m}_{a,e} A_e}{\sum \dot{m}_a A_T} + \frac{\dot{m}_{a,w} A_w}{\sum \dot{m}_a A_T} + \frac{\dot{m}_{a,n} A_n}{\sum \dot{m}_a A_T} + \frac{\dot{m}_{a,s} A_s}{\sum \dot{m}_a A_T} = 1 \tag{19b}$$

En la Fig. 4 se muestra un esquema del crecimiento de un volumen de control, en el cual los vecinos del lado “este” y “norte” corresponden a aire. En esta figura  $\Delta V_n$  y  $\Delta V_e$  representan los cambios en el volumen en las direcciones norte y este, respectivamente. Por otro lado,  $\Delta L_n$  y  $\Delta L_e$  representan el “avance” que tuvo la escarcha en los nodos de aire vecinos.

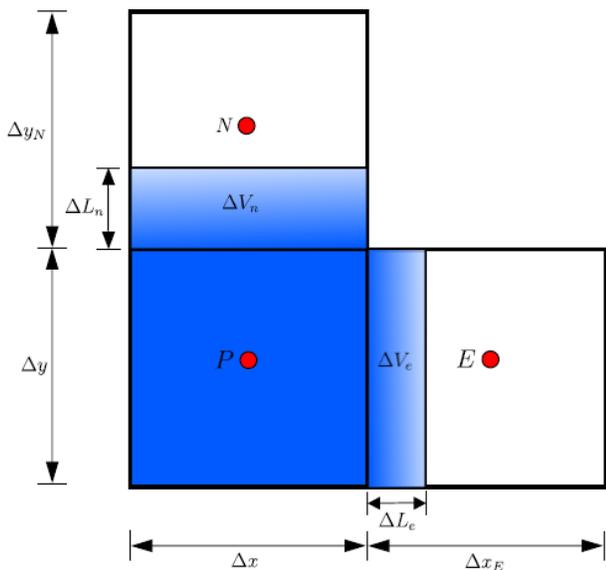


Figura 4: Crecimiento hacia los nodos de aire.

Para representar la porción de escarcha que ocupa en el nodo vecino “este” se utiliza la ecuación 20, y de forma similar para las demás direcciones.

$$\Delta C_e = \frac{\Delta L_e}{\Delta x_E} \tag{20}$$

El término  $\Delta C_e$  representa la fracción ocupada por la escarcha en el nodo de aire vecino, por lo que siempre tendrá un valor entre 0 y 1, siendo 0 cuando el nodo es completamente aire y 1 cuando el nodo fue totalmente ocupado por la escarcha.

Aproximando linealmente:

$$\left(\frac{dV}{dt}\right)_e = \left(\frac{dx}{dt}\right)_e A_e = \frac{\Delta L_e}{\Delta t} A_e \tag{21}$$

despejando  $\Delta L_e$  tenemos:

$$\Delta L_e = \frac{\left(\frac{dV}{dt}\right)_e \Delta t}{A_e} \tag{22}$$

En este estudio los nuevos nodos de escarcha aparecerán cuando  $\Delta C$  sea igual o mayor a 1, entonces el nodo vecino involucrado pasará de aire a escarcha. A este nuevo nodo de escarcha se le asigna el mismo valor de densidad del nodo que esté en contacto, es decir:

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial n} = 0 \tag{23}$$

donde  $n$  es la dirección en la que la escarcha creció. A partir de este valor de escarcha se calculan las otras propiedades involucradas.

### Metodología para la solución numérica

Para resolver las ecuaciones de gobierno, éstas se discretizaron utilizando el *método de los volúmenes finitos* [14, 15]. Se utilizaron mallas desplazadas para las componentes de la velocidad, con el fin de evitar campos de presión irreales en el subdominio del aire. Los términos convectivos se discretizaron mediante el *esquema UPWIND* y los términos difusivos con un esquema de diferencias finitas. Para los términos temporales se utilizó el *esquema totalmente implícito*. Para el acoplamiento del campo de velocidad con el de presión se utilizó el algoritmo SIMPLE.

Todas las ecuaciones de gobierno se resolvieron en un sólo dominio, utilizando diferentes coeficientes para las ecuaciones discretizadas, y diferentes propiedades termofísicas dependiendo de si el nodo correspondía al subdominio del aire, o al de la escarcha. Al hacer esto, no es necesario definir una condición en la interfaz *aire-escarcha*. Se utilizó una técnica descrita por Patankar, llamada *Blocked-off* [14]. En el caso de las ecuaciones de cantidad de movimiento se utilizó esta técnica para asignar un valor de cero a las componentes de la velocidad en los nodos correspondientes a la escarcha. Para la ecuación de transporte de vapor de agua se asignó el valor del vapor saturado correspondiente a la temperatura local a los nodos correspondientes a la escarcha [16], y este valor se calculó mediante una regresión polinomial obtenida de datos de la literatura [17]. En la ecuación de la energía se utilizaron diferentes términos fuente, dependiendo de la naturaleza del nodo, y en el caso de los nodos de escarcha, los términos convectivos son despreciados debido a que la velocidad en estos nodos es nula. Este algoritmo se escribió en un código en lenguaje *Fortran*.

### Validación experimental

Con el fin de validar el código numérico, se realizaron una serie de experimentos a diversas condiciones. Para tener las condiciones termodinámicas del aire controladas, se utilizó un *calorímetro tipo túnel de viento*, el cual nos permite tener la temperatura, la humedad relativa y la velocidad controladas. En la Fig. 5 se muestra el esquema del calorímetro. Este equipo se compone de unas guías (9) y (1) para hacer que el flujo de aire sea homogéneo, una sección de prueba (3) en donde se tuvo un sensor de humedad OMEGA modelo HX85A cuyo rango de medición es de 5 a 95 % ( $\pm 1\%$ ), un sensor RTD ( $\pm 1/10 (0.3+0.005|T|)^\circ\text{C}$ ) para medir la temperatura y un velocímetro TSI *VelociCalc*® modelo 9545, cuyo rango de operación es de 0 a 30 m/s ( $\pm 0.015$  m/s) para medir la velocidad. Estos tres sensores estuvieron en la entrada de la sección de pruebas (2) y a la salida (4) solo se tuvo un sensor de humedad y uno de temperatura. Además se tuvo

un evaporador (5) y una resistencia eléctrica (7) para variar la temperatura del aire, un ventilador (6) y un distribuidor de vapor (8) el cual se encuentra conectado a un humidificador ubicado fuera del túnel de viento.

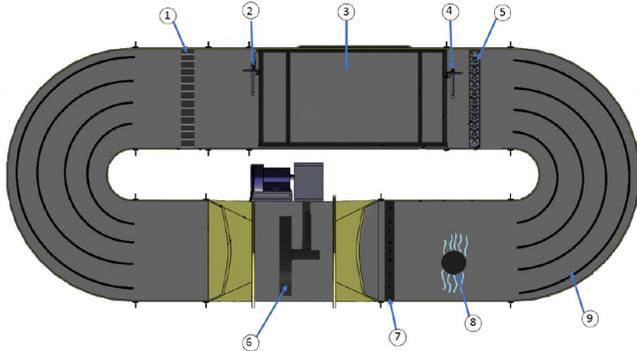


Figura 5: Calorímetro túnel de viento.

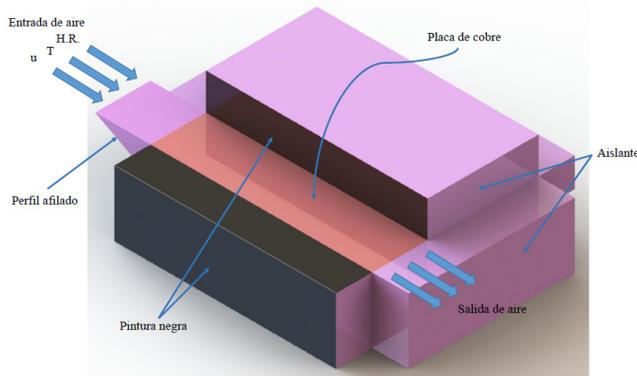
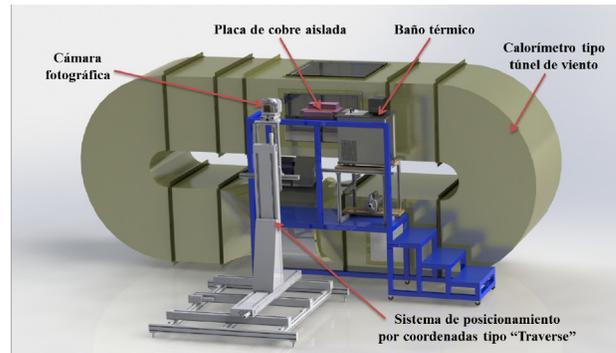


Figura 6: Placa de cobre aislada.

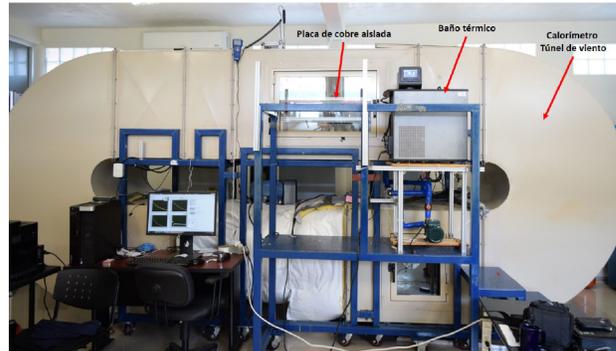
Se utilizó una placa de cobre a la cual se le hizo pasar por su interior una mezcla de etilenglicol mezclado con agua en una proporción del 50% con el fin de disminuir la temperatura de la superficie de la misma. Dicha placa se aisló con poliestireno extruido con el fin de que la temperatura de la placa alcanzara valores más bajos. Para monitorear la temperatura de la superficie de la placa, se colocaron tres termopares tipo T ( $\pm 0.5\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) en la superficie de la misma, de manera que no influyeran con el crecimiento de la escarcha. Esta placa se colocó en la sección de pruebas dentro del túnel de viento. En la Fig. 6 se muestra la placa de cobre aislada, en donde se observa que al inicio de la placa se tiene un perfil afilado con el fin de evitar recirculación sobre la placa. En la Fig. 7 se muestra la instalación experimental completa.

Las pruebas consistieron en tener controladas las condiciones termodinámicas en la sección de pruebas, y tener la temperatura de la placa a un valor muy bajo y constante. Para evitar la formación de escarcha sobre la placa antes de comenzar la prueba, se colocó una película de plástico sobre la superficie de la placa, la cual se retiraba en el momento en que todas las condiciones estuvieran controladas, y en ese momento se comenzaba la prueba. El parámetro que nos interesa registrar para compararlo con el obtenido del código numérico, es el

espesor. Para medirlo se tomaron fotografías con una cámara Nikon 3300 (24.2 megapíxeles), la cual se colocó delante de la sección de pruebas con ayuda de un sistema de posicionamiento de alta resolución. Las fotografías se tomaron de tal manera que solo se pudiera observar el borde de la placa en el tiempo cero, y a partir de ese punto comenzara a crecer la escarcha. Para esto, fue necesario enfocar la cámara en el punto en donde comienza la placa de cobre. Debido a que el aislante que se le colocó a la placa era de color claro (rosa) y el color de la escarcha es blanco, fue necesario pintar de color negro el aislante (Fig. 6) de la parte lateral para que la capa de escarcha resaltara en las fotografías y las mediciones fueran más precisas. Esto se observa de manera más clara en la Fig. 8.



(a) Modelo 3D de la instalación experimental.



(b) Fotografía de la instalación experimental.

Figura 7: Instalación experimental

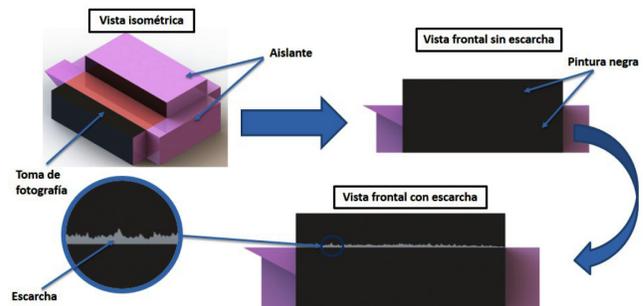


Figura 8: Procedimiento para la toma de fotografías.

Las fotografías se tomaron cada 10 minutos y las pruebas tuvieron una duración de 4 horas. El procesamiento de las fotografías se realizó en un programa creado en el software

LabVIEW, el cual toma la imagen original y la convierte a escala de grises. Posteriormente nos permite trazar una línea sobre la imagen y nos muestra la intensidad de luz que poseen cada uno de los píxeles que se encuentran en esa línea. De esta forma es fácilmente detectar los píxeles correspondientes a escarcha debido a la intensidad de luz, y descartar los píxeles correspondientes a la pintura negra del aislante. Una vez que se tiene la cantidad de píxeles que corresponden a la escarcha se convierte a milímetros. En la Fig. 9 se puede ver el crecimiento de escarcha de uno de los casos.

En la Tabla 1 se muestran las condiciones utilizadas en los experimentos. El dominio computacional en donde se realizaron las simulaciones para validar el código fue de 10 centímetros de la placa. Las mediciones del espesor se realizaron en tres puntos de la placa, en 2, 5 y 8 cm del inicio de la placa. En la posición de 5 cm, los errores relativos en el tiempo final quedaron por debajo del 10%, siendo de 9.37, 3.74 y -2.62% para los casos T01, T02 y T03, respectivamente. En la posición de 2 cm los errores fueron menor del 9% a excepción del caso T03 que fue de 35%. Por último, en la posición de 8 cm, los errores fueron de 22, 18 y 12%. En la Fig. 10 se muestran las curvas de crecimiento de los tres casos correspondientes a los datos experimentales y numéricos, en la posición de 5 cm. Los valores numéricos siempre quedan por debajo de los datos experimentales; esto se pudiera mejorar posiblemente eligiendo diferentes condiciones iniciales en la escarcha. Por otro lado, en la posición de 8 cm es en donde se muestran los mayores errores relativos, y pudiera deberse a altos números de Reynolds, por lo que el código puede predecir el crecimiento en la primer zona de la placa, en donde existe régimen laminar.

Tabla 1: Condiciones de los experimentos.

	$T_a$ [°C]	H. R. [%]	$T_s$ [°C]	$u$ [m/s]	Re
T01	8 ± 0.4	60 ± 2	-20.8 ± 0.8	0.4 ± 0.05	8150
T02	15 ± 0.6	70 ± 1.5	-23.7 ± 0.3	0.4 ± 0.05	8150
T03	5 ± 0.8	56 ± 2	-24.4 ± 0.2	0.4 ± 0.05	8150

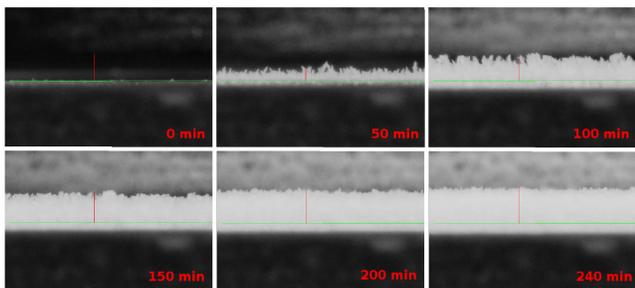


Figura 9: Fotografías de la capa de escarcha - Caso T02

Resultados y discusión

Una vez que se validó el código numérico se procedió a realizar un diseño de experimentos con diferentes condiciones para conocer cómo afectan estas condiciones a las propiedades de la escarcha. El diseño de experimentos se muestra en

la Tabla 2. El dominio computacional utilizado se muestra en la Fig. 11.

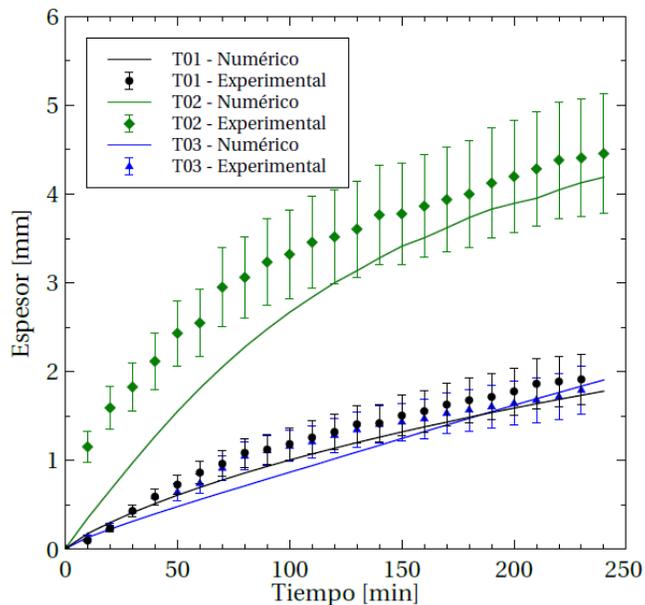


Figura 10: Espesor de los tres casos en posición  $x = 5$  cm. Barras de error del 10%.

Tabla 2: Diseño de experimentos.

Caso	$u$ [m/s]	H.R. [%]	$T_a$ [°C]	$T_s$ [°C]
S01	0.1	50	3	-20
S02	0.4	50	3	-20
S03	0.1	70	3	-20
S04	0.4	70	3	-20
S05	0.1	50	10	-20
S06	0.4	50	10	-20
S07	0.1	70	10	-20
S08	0.4	70	10	-20

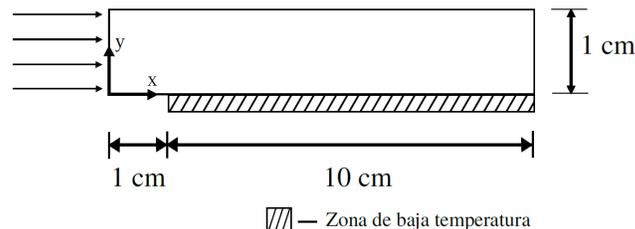
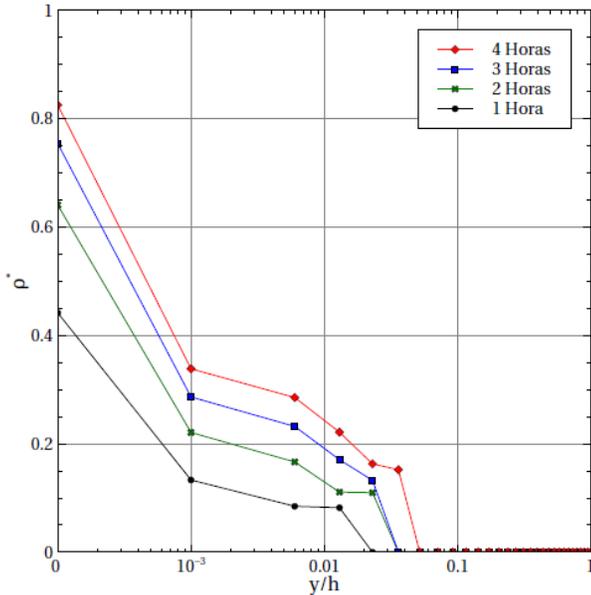


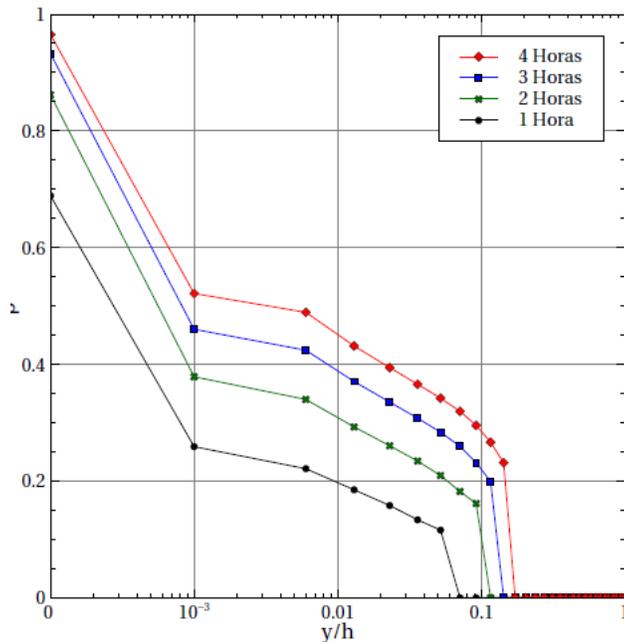
Figura 11: Dominio utilizado para las condiciones del diseño de experimentos.

De los ocho casos, aquellos que tuvieron el menor y el mayor espesor de la capa de escarcha fueron el S01 y S08, respectivamente. A continuación se mostrarán las propiedades obtenidas de estos dos casos. En la Fig. 12(a) y Fig. 12(b) se muestran los perfiles de la densidad adimensional  $\rho^* = \frac{\rho - \rho_s}{\rho_l - \rho_s}$  con respecto a la altura adimensional ( $y/h$ ) para los casos S01 y S08, respectivamente. Estas curvas corresponden a la posición  $x = 6$  cm, es decir, en el punto central de la placa. Pode-

mos observar que conforme nos acercamos a la placa la densidad se incrementa, alcanzando su valor máximo justo en la superficie, lo que resulta consistente con trabajos previos [10-12]. Por otro lado, alcanza su valor mínimo de cero cuando corresponde al subdominio del aire. Se puede observar que conforme avanza el tiempo la capa de escarcha se densifica, alcanzando su valor máximo en las 4 horas.



(a) S01 -  $u=0.1$  m/s;  $T=3^{\circ}\text{C}$ ;  $H.R.=50\%$ .



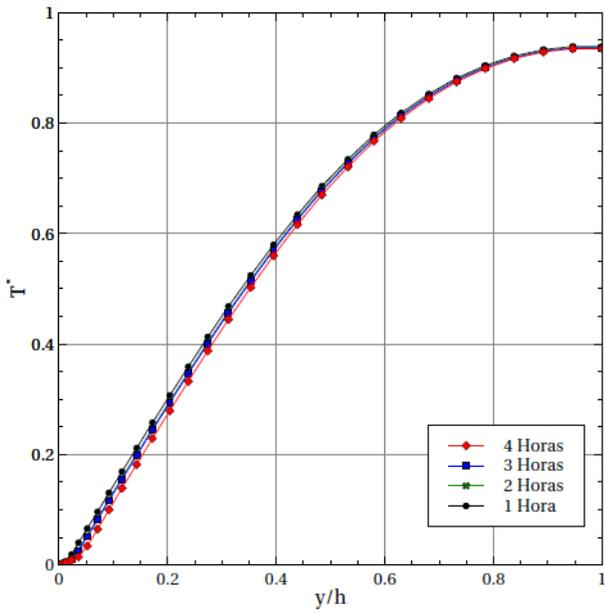
(b) S08 -  $u=0.4$  m/s;  $T=10^{\circ}\text{C}$ ;  $H.R.=70\%$ .

Figura 12: Perfiles de densidad en  $x=6$  cm.

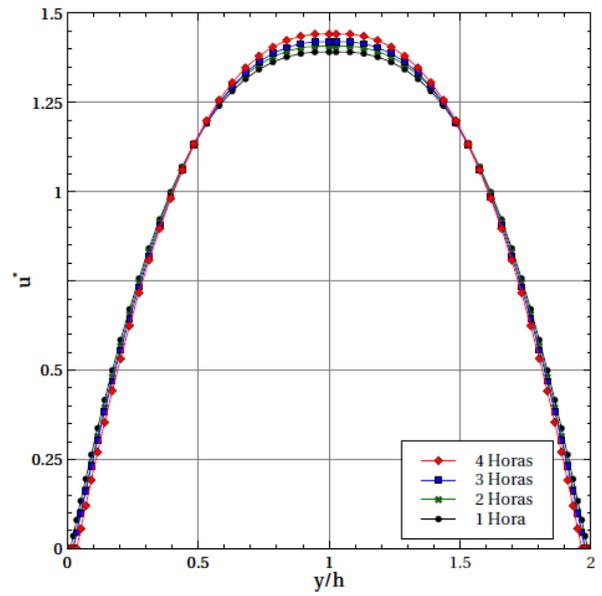
En la Fig. 13(a) y Fig. 13(b) se muestran los perfiles de la temperatura adimensional  $\left(T^* = \frac{T - T_s}{T_\infty - T_s}\right)$ . El comportamiento de estos perfiles son similares a los de un problema de convección. En la Fig. 13(b) se observa el efecto de la capa límite térmica, en donde a partir de una altura adimensional de 0.8, el efecto de la capa límite ya no existe y la temperatura toma el valor de la corriente libre ( $T^*=1$ ). En el caso S01 (Fig. 13(a)) nunca alcanza el valor de la corriente libre y es debido a que la velocidad en este caso es muy pequeña y el efecto difusivo es el que domina. En la Fig. 13(b) también se puede observar que cerca de la placa, el perfil de temperatura es casi lineal, y esto es debido a que esta zona corresponde al subdominio de la capa de escarcha, por lo que solamente existe difusión de calor. En ambos casos se observa que conforme avanza el tiempo, los perfiles disminuyen debido a que la capa de escarcha crece con el tiempo, por lo que los perfiles se comienzan a desarrollar a una altura mayor.

Como se mostró en la Fig. 1, el dominio corresponde a la mitad del espacio entre dos aletas. En el caso de los perfiles de la velocidad se decidió mostrar los perfiles completos incluyendo la aleta superior, tal como se muestra en la Fig. 14(a) y Fig. 14(b). En estas figuras se muestra la velocidad adimensional  $\left(u^* = \frac{u}{u_\infty}\right)$  para los casos S01 y S08, respectivamente. Podemos observar que los perfiles son muy similares al de un flujo entre dos placas paralelas, cuya solución es similar al caso de un flujo de Poiseuille [18]. Los valores de la velocidad adimensional superan el valor de la corriente libre ( $u^*=1$ ) debido a que, como la capa de escarcha crece con el tiempo, reduce la sección por donde pasa el flujo de aire, y como el flujo másico de entrada es constante, la velocidad se incrementa. Por otro lado, cerca de las superficies de las placas la velocidad es cero, debido a que esta zona corresponde a la capa de escarcha, en donde la velocidad siempre es nula.

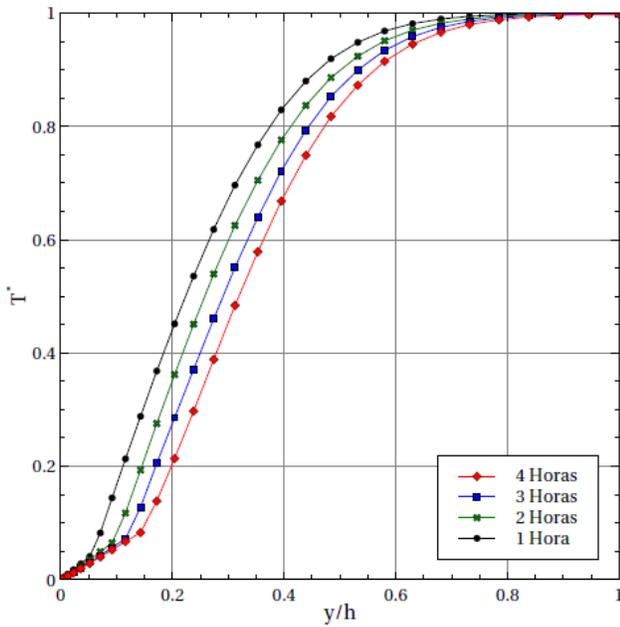
La densidad es la propiedad más relevante de la escarcha, debido a que su valor local define todas las otras propiedades involucradas. Además es de interés conocer el valor global de la capa de escarcha y no solo de forma local. Una manera de conocer este valor es obtener el promedio de las densidades locales de todos los volúmenes de los nodos de escarcha en cada tiempo. A partir de los valores de las densidades podemos calcular, mediante la ecuación 13, la conductividad térmica. En la Fig. 15 se muestra la variación temporal de la densidad adimensional promedio y de la conductividad adimensional promedio  $\left(\lambda_{prom}^* = \frac{\lambda_{prom} - \lambda_a}{\lambda_i - \lambda_a}\right)$ . La densidad promedio de la escarcha aumenta con el tiempo, y muestra una tendencia similar a estudios anteriores [8, 9, 19], y dado que la conductividad térmica es función de la densidad, ésta también aumenta y tiene un comportamiento similar a la densidad.



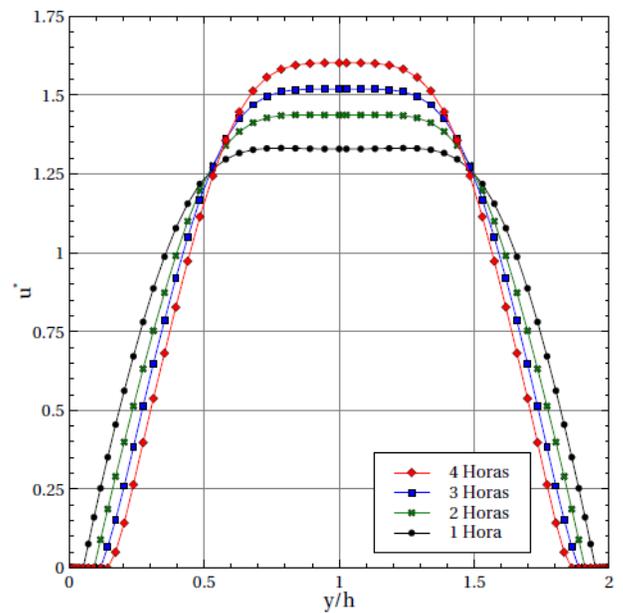
(a) S01 -  $u=0.1$  m/s;  $T=3^{\circ}\text{C}$ ;  $H.R.=50\%$ .



(a) S01 -  $u=0.1$  m/s;  $T=3^{\circ}\text{C}$ ;  $H.R.=50\%$ .



(b) S08 -  $u=0.4$  m/s;  $T=10^{\circ}\text{C}$ ;  $H.R.=70\%$ .



(b) S08 -  $u=0.4$  m/s;  $T=10^{\circ}\text{C}$ ;  $H.R.=70\%$ .

Figura 13: Perfiles de temperatura en  $x=6$  cm.

Figura 14: Perfiles de velocidad en  $x=6$  cm.

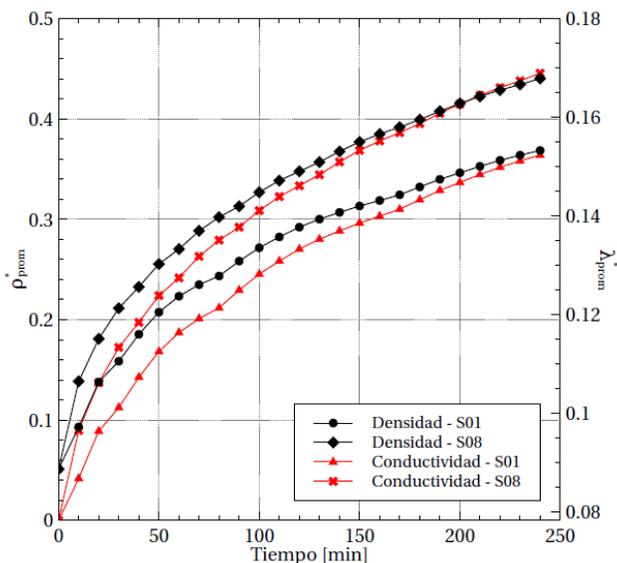


Figura 15: Densidad y conductividad promedio de la escarcha.

## Conclusiones

En este trabajo se logró predecir de manera acertada la deposición y el crecimiento de la capa de escarcha sobre superficies planas con flujo paralelo, además de la variación de las propiedades de la misma (i.e. densidad, porosidad y conductividad térmica) mediante un código CFD escrito en lenguaje Fortran. Este código fue validado con un estudio experimental en donde se encontró una desviación en el espesor de la escarcha menor del 10% en la posición central de la placa en el tiempo final. Los valores de crecimiento de la capa de escarcha (Fig. 10), así como los valores de densidad y conductividad térmica promedios (Fig. 15) son similares a los reportados en estudios anteriores en la literatura [6, 7, 10, 11], siendo de entre 1 a 4 milímetros en 4 horas del fenómeno y de 300 a 400 kg/m<sup>3</sup> de densidad promedio y de 0.25 a 30 W/m-K; dado que no se utilizaron las mismas condiciones, no es posible compararlos directamente.

El modelo matemático utilizado se pudiera implementar en códigos CFD más robustos como el paquete OpenFOAM con el fin de extender este estudio a geometrías más complejas (e.g. banco de tubos) e incluir un modelo de turbulencia para no limitarnos al régimen laminar.

## Agradecimientos

Al CONACyT por el apoyo recibido para la realización de Investigación a través de los proyectos número 221993 y 280500.

Al CONACyT por el apoyo a través de la beca 576035, otorgada para la realización de estudios de maestría en la UANL.

## Referencias

- [1]. Y Hayashi, A Aoki, S Adachi, and K Hori. *Study of frost properties correlating with frost formation types*. Journal of heat transfer, 99(2):239 – 245, 1977.
- [2]. Byeongchul Na and Ralph L. Webb. *New model for frost growth rate*. International Journal of Heat and Mass Transfer, 47(5):925 – 936, 2004.
- [3]. BW Jones and JD Parker. *Frost formation with varying environmental parameters*. Journal of Heat Transfer, 97(2):255–259, 1975.
- [4]. Byeongchul Na and Ralph L. Webb. *Mass transfer on and within a frost layer*. International Journal of Heat and Mass Transfer, 47(5):899 – 911, 2004.
- [5]. Kwan-Soo Lee, Woo-Seung Kim, and Tae-Hee Lee. *A one-dimensional model for frost formation on a cold flat surface*. International Journal of Heat and Mass Transfer, 40(18):4359 – 4365, 1997.
- [6]. Kristian Lenic, Anica Trp, and Bernard Frankovic. *Transient two-dimensional model of frost formation on a fin-and-tube heat exchanger*. International Journal of Heat and Mass Transfer, 52(1 - 2):22 – 32, 2009.
- [7]. J.M. Armengol, C.T. Salinas, J. Xamán, and K.A.R. Ismail. *Modeling of frost formation over parallel cold plates considering a two-dimensional growth rate*. International Journal of Thermal Sciences, 104:245 – 256, 2016.
- [8]. Dong-Keun Yang, Kwan-Soo Lee, and Dong-Jin Cha. *Frost formation on a cold surface under turbulent flow*. International Journal of Refrigeration, 29(2):164 – 169, 2006.
- [9]. Kwan-Soo Lee, Sung Jhee, and Dong-Keun Yang. *Prediction of the frost formation on a cold flat surface*. International Journal of Heat and Mass Transfer, 46(20):3789 – 3796, 2003.
- [10]. Xiaomin Wu, Qiang Ma, Fuqiang Chu, and Shan Hu. *Phase change mass transfer model for frost growth and densification*. International Journal of Heat and Mass Transfer, 96:11 – 19, 2016.
- [11]. J. Cui, W.Z. Li, Y. Liu, and Z.Y. Jiang. *A new time- and space-dependent model for predicting frost formation*. Applied Thermal Engineering, 31(4):447 – 457, 2011.
- [12]. Donghee Kim, Chiwon Kim, and Kwan-Soo Lee. *Frosting model for predicting macroscopic and local frost behaviors on a cold plate*. International Journal of Heat and Mass Transfer, 82:135 – 142, 2015.

- [13]. P.T. Tsilingiris. *Thermophysical and transport properties of humid air at temperature range between 0 and 100 c*. Energy Conversion and Management, 49(5):1098 – 1110, 2008.
- [14]. Suhas Patankar. *Numerical heat transfer and fluid flow*. CRC press, 1980.
- [15]. Henk Kaarle Versteeg and Weeratunge Malalasekera. *An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method*. Pearson Education, 2007.
- [16]. Max Kandula. *Frost growth and densification in laminar flow over flat surfaces*. International Journal of Heat and Mass Transfer, 54(15–16):3719 – 3731, 2011.
- [17]. Refrigerating American Society of Heating, Air-Conditioning Engineers, and Ashrae. 2013 ASHRAE Handbook: Fundamentals. ASHRAE Handbook Fundamentals Systems-International Metric System. ASHRAE, 2013.
- [18]. Frank M White and Isla Corfield. *Viscous fluid flow*, volume 3. McGraw-Hill New York, 2006.
- [19]. W. Wang, Q.C. Guo, W.P. Lu, Y.C. Feng, and W. Na. *A generalized simple model for predicting frost growth on cold flat plate*. International Journal of Refrigeration, 35(2):475 – 486, 2012.